

Mécanique des Fluides

Recueil de Problèmes 2021-2022

Table des matières

I	Recueil de Problèmes	1
I.1	Ecoulement potentiel face à une paroi	2
I.2	Ecoulement autour d'une sphère	3
I.3	Résistance à l'avancement d'un navire	5
I.4	Ecoulement visqueux face à une paroi	7
I.5	Dispersion de polluants dans l'atmosphère	9
I.6	Elargissement brusque en aval d'une pompe	11
I.7	Ventilation d'un tunnel routier	13
I.8	Calcul de grandeurs d'intérêt dans un écoulement non-uniforme. Application à l'écoulement de Couette-Poiseuille	17
I.9	Etude d'un ressaut hydraulique	19
I.10	Bilans macroscopiques d'entropie et de vorticité	23
I.11	Bilan macroscopique sur un champ inhomogène	24
I.12	Ressources de calcul pour une simulation directe	26
I.13	Instabilité d'interfaces	28
I.14	Instabilité d'une couche de mélange	30
I.15	Allées de von Karmàn derrière un obstacle	32
I.16	Transfert de quantité de mouvement dans les écoulements turbulents cisailés	34
I.17	Calcul de grandeurs d'arrêt dans une tuyère convergente-divergente	37
I.18	Etude d'une entrée d'air	38
I.19	Analyse d'un turboréacteur simple flux	40
I.20	Etude d'un statoréacteur élémentaire	44
I.21	Entrée d'air d'un jet supersonique	46
I.22	Soufflerie à basse densité	47
I.23	Une installation expérimentale pour la combustion cryotechnique	50
I.24	Etudes de quelques aspects de l'A380	55
II	Questionnaires-tests	63
II.1	Questionnaire-test 1 : Analyse Dimensionnelle	64
II.2	Questionnaire-test 2 : Diagnostics expérimentaux et Simulations numériques	66
II.3	Questionnaire-test 3 : Equations générales de la dynamique des gaz	67
II.4	Questionnaire-test 4 : Ondes de choc	69
III	Annexes	71
	Diagramme de Moody	73
	Tables d'écoulement isentropique avec changement de section	73
	Tables pour ondes de choc droites	79
	Angle de choc oblique	84

Chapitre I

Recueil de Problèmes

I.1 Écoulement potentiel face à une paroi

On étudie un écoulement incompressible et stationnaire face à une paroi (voir figure 1). Aucune force de volume n'est considérée.

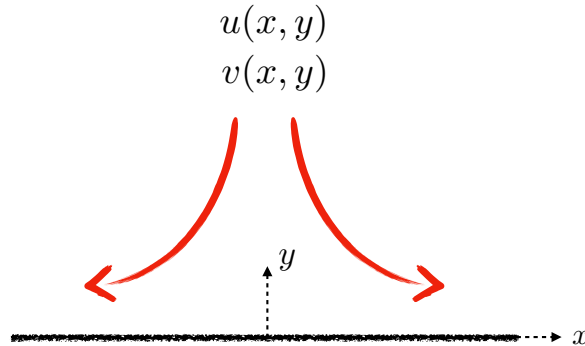


Figure 1 – Schéma de l'écoulement face à la paroi située en $y = 0$.

L'écoulement potentiel solution pour ce problème est caractérisé par le champ de vitesse

$$u_e(x, y) = a x$$

$$v_e(x, y) = -a y$$

où a est une constante en s^{-1} déterminée telle que $v_e(y = L_y) = -V_e$ lorsque l'on connaît la vitesse $V_e > 0$ faisant face à la plaque à une distance L_y .

1. Vérifier que le champ de vitesse (u_e, v_e) vérifie bien le bilan local de masse et qu'il correspond à un écoulement potentiel.
2. Déterminer et tracer les lignes de courant associées au champ de vitesse défini.
3. Déterminer le champ de pression correspondant. On prendra pour référence une pression considérée nulle au point d'arrêt $(x = 0, y = 0)$.
4. Déterminer la fonction potentielle ϕ .
5. En déduire les lignes équipotentiellelles (x^*, y^*) de la fonction ϕ . Les tracer qualitativement.
6. Les champs u_e et v_e peuvent-ils être considérés solutions d'un écoulement visqueux face à la paroi ?

I.2 Écoulement autour d'une sphère

On rappelle tout d'abord l'expression de quelques opérateurs en coordonnées sphériques (r, θ, φ) :

- Gradient : $\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial r}\mathbf{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\mathbf{e}_\varphi$
- Divergence : $\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}(u_\theta \sin(\theta)) + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial u_\varphi}{\partial\varphi}$

On cherche à décrire l'écoulement autour d'une sphère à travers l'hypothèse d'écoulement incompressible irrotationnel.

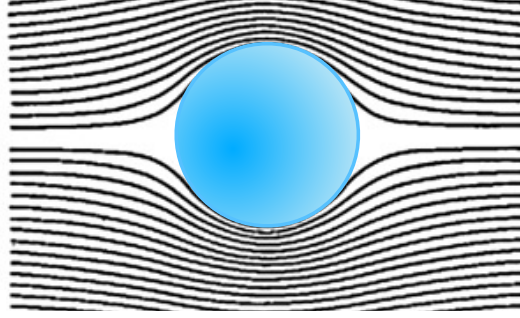


Figure 1 – Illustration d'un écoulement potentiel autour d'une sphère.

1. Pour un écoulement axisymétrique ($u_\varphi = 0$, $\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0$), relier les composantes du champ de vitesse (u_r , u_θ) au champ potentiel $\phi(r, \theta)$ et exprimer l'équation satisfaite par ϕ .
2. Déterminer le champ potentiel associé à un point source (champ de vitesse radiale $u_r(r)$). On notera m le débit volumique correspondant au champ de vitesse.

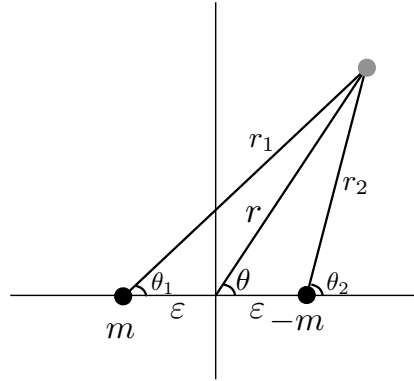


Figure 2 – Schéma du doublet tri-dimensionnel.

Un champ associé à un doublet est défini comme la superposition d'un point source ($m > 0$) et d'un point puits d'intensité opposée ($m < 0$) écartée d'une distance infinitésimale 2ε telle que $\mu = 2m\varepsilon$ soit constant tandis que $\varepsilon \rightarrow 0$ et $m \rightarrow \infty$. La figure 2 représente la configuration du doublet étudié. On peut montrer géométriquement que

$$r_1 - r_2 = \frac{2\varepsilon \cos\left[\frac{1}{2}(\theta_2 + \theta_1)\right]}{\cos\left[\frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1)\right]}$$

3. Exprimer le champ potentiel correspondant à la solution dite *doublet*.

L'écoulement potentiel autour d'une sphère est la somme de la solution *doublet* et d'un écoulement uniforme à la vitesse notée U .

4. Déterminer le champ potentiel $\phi(r, \theta)$ correspondant et en déduire le champ de vitesse.
5. Vérifier qu'il existe bien une ligne de courant telle que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ qui définit la sphère de rayon r_0 , puis exprimer les champs précédents à partir de r_0 .
6. Déterminer le champ de pression $p(r, \theta)$ et en déduire le coefficient de pression C_p à la paroi de la sphère. On notera p_0 la pression ambiante au loin de la sphère.
7. Calculer et commenter la trainée générée sur la sphère.
8. Le profil de coefficient de pression obtenu est comparé aux données par un écoulement laminaire et turbulent sur la figure 3. Commenter.

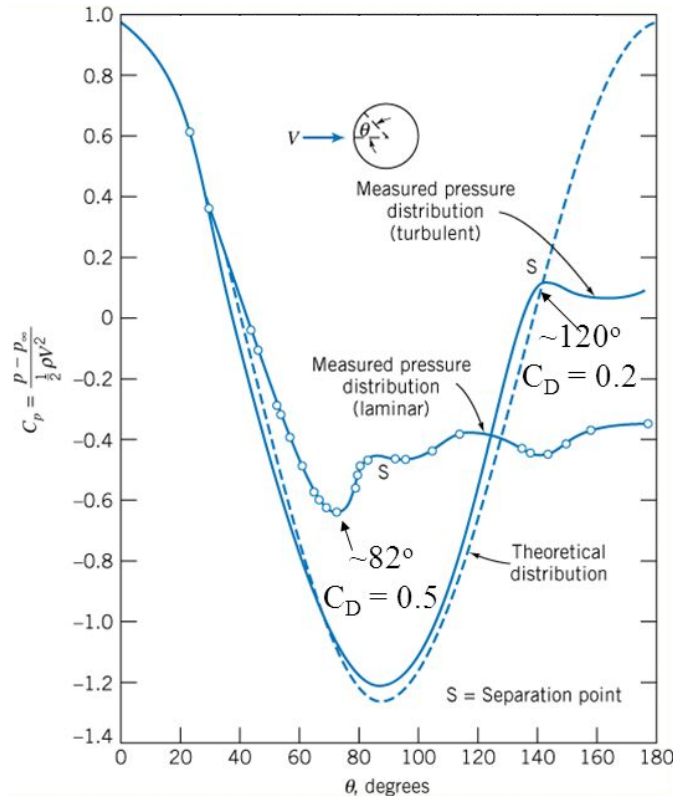


Figure 3 – Comparaison des profils de coefficient de pression C_p pour une sphère.

I.3 Résistance à l'avancement d'un navire

Ce problème a pour objet la détermination de la résistance à l'avancement d'un navire rapide. Cette application permettra en particulier de mettre en œuvre les principes de l'analyse dimensionnelle. Plus précisément, la première partie du problème introduit les concepts nécessaires pour l'analyse dimensionnelle du cas considéré, alors que la deuxième partie concerne l'application au cas réel d'un transbordeur rapide.

I. On admet que la résistance à l'avancement R d'un bateau, dont la géométrie de la coque est donnée, est une fonction des grandeurs suivantes : la densité ρ et le coefficient de viscosité μ de l'eau, la longueur à la flottaison L du bateau et sa vitesse V , l'accélération g de la pesanteur.

I.1 En prenant comme grandeurs fondamentales ρ , L et V , former les groupements sans dimensions du problème. En déduire les paramètres dont est fonction la quantité $\frac{R}{\rho L^2 V^2}$?

I.2 En première approximation, la résistance à l'avancement R peut se décomposer en deux forces indépendantes :

- une force R_f liée à la viscosité du fluide et traduisant l'effet du frottement de l'eau le long de la coque
- une force R_0 représentant la résistance d'onde, c'est-à-dire la résistance opposée par le système de vagues créées par le bateau à la surface de l'eau.

Chacune de ces deux forces, adimensionnalisées par le produit $\rho L^2 V^2$, ne dépend alors que d'un seul nombre sans dimensions. Quel est le nombre sans dimensions dont dépend $\frac{R_f}{\rho L^2 V^2}$? Quel est celui dont dépend $\frac{R_0}{\rho L^2 V^2}$? Comment s'exprime la quantité $\frac{R}{\rho L^2 V^2}$?

I.3 Dans une expérience sur maquette réalisée au bassin des carènes, le fluide utilisé est l'eau. La similitude dynamique peut-elle être complète ? En tenant compte du fait qu'il existe de nombreuses formules permettant de calculer la résistance de frottement, quelle sera alors la marche à suivre pour déterminer la résistance totale qui s'exerce sur un navire à partir d'une expérience sur maquette ?

II. On considère maintenant l'application au cas d'un transbordeur rapide. Ce bateau a les caractéristiques suivantes :

- longueur à la flottaison L 155 m
- surface mouillée S 4214 m²

Une maquette au 1/21 de ce transbordeur a été réalisée et a fait l'objet d'essais au bassin des carènes. Les résultats expérimentaux obtenus pour la résistance totale R' en fonction de la vitesse V' sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

$V'(\text{m.s}^{-1})$	0.298	0.404	1.123	1.796	2.245	2.694	2.919
$R'(\text{N})$	1.86	3.24	27.28	65.70	103.47	165.14	209.37

On donne l'expression suivante pour la résistance de frottement d'un corps immergé de surface mouillée S :

$$R_f = \frac{1}{2} C_f \rho S V^2$$

avec $C_f = \frac{0.074}{(Re)^{0.2}}$ pour $Re < 10^7$ (formule de Prandtl)

$$C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2.584}} \text{ pour } Re > 10^7 \text{ (formule de Prandtl-Schlichting)}$$

Le coefficient de viscosité μ de l'eau sera pris égal à 10^{-3} Poiseuille.

II.1 En suivant la démarche définie en I.3, calculer la résistance à l'avancement R du transbordeur réel à la vitesse de service V de 24 nœuds (c'est-à-dire 12.347 m s^{-1}).

II.2 Quelle est la puissance développée pour propulser le bateau à cette vitesse ?

I.4 Écoulement visqueux face à une paroi

On étudie un écoulement incompressible et stationnaire face à une paroi. Aucune force de volume n'est considérée.

Un précédent problème a traité le cas d'un *Écoulement potentiel face à une paroi*. En réalité une couche limite s'établit proche de la paroi où l'hypothèse d'écoulement potentiel n'est pas valide. Loin de la paroi, les effets visqueux sont cependant bien négligeables et l'écoulement externe à la couche limite (u_e, v_e) peut bien être considéré comme irrotationnel.

L'écoulement réel est présenté dans la figure ci-dessous.

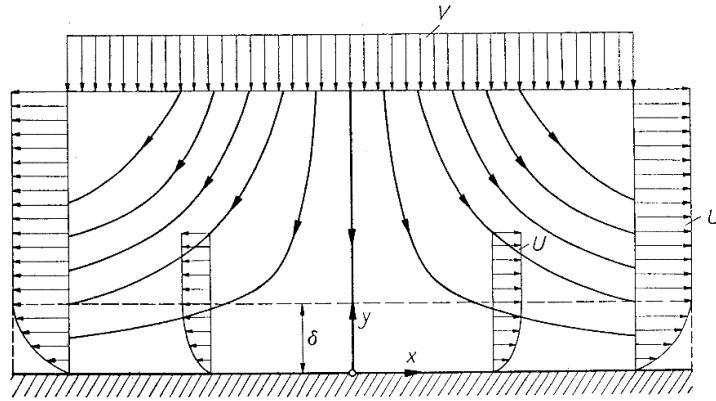


Figure 1 – Couche limite d'épaisseur δ générée par un écoulement face à une paroi.

On rappelle que l'écoulement potentiel externe est caractérisé par le champ de vitesse

$$u_e(x, y) = a x$$

$$v_e(x, y) = -a y$$

où a est une constante en s^{-1} déterminée telle que $v_e(y = L_y) = -V_e$ lorsque l'on connaît la vitesse $V_e > 0$ faisant face à la plaque à une distance L_y .

1. Déterminer la fonction de courant ψ associée au champ de vitesse potentiel externe.
2. En déduire les isolignes (x^*, y^*) de la fonction ψ .

Le fluide considéré est newtonien de viscosité dynamique μ constante.

3. En se rapprochant d'une approximation de l'évolution de l'épaisseur dans une couche limite laminaire, montrer que δ est constant et qu'on a l'approximation $\delta \sim \sqrt{\frac{\nu}{a}}$.

On cherche une solution autosimilaire de la forme

$$\frac{u(x, y)}{u_e} = f'(\eta).$$

4. Exprimer η , déterminer le champ de vitesse $v(x, y)$ et réexprimer la condition d'adhérence à la paroi pour u et v .

5. Connaissant $u(x, y) = u_e f'(\eta)$, relier la fonction de courant $\psi(x, y)$ à $f(\eta)$.
6. Déterminer une équation différentielle pour $f(\eta)$ avec ses conditions aux limites. Pour accélérer les calculs, on considérera directement que le gradient de pression est imposé par le champ de vitesse externe (résultat classique pour les couches limites minces).
7. Transformer l'équation différentielle obtenue en un système vectoriel d'équations différentielles d'ordre 1. Résoudre numériquement l'équation différentielle par la méthode de tir avec les programmes Matlab/Python mis à disposition et vérifier que l'écoulement n'est pas irrotationnel.
8. En déduire les lois d'évolutions pour les grandeurs caractéristiques suivantes :
- Epaisseur géométrique de couche limite δ_{99}
 - Epaisseur de déplacement δ^*
 - Epaisseur de quantité de mouvement θ
 - coefficient de frottement $c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_e^2}$
9. Tracer les champs de vitesse $u(x, y)$ et $v(x, y)$ sous Matlab/Python pour les paramètres suivants : $L_x = 1$ cm ; $L_y = 1$ cm ; $\rho = 10^{-3}$ kg/m³ ; $\nu = 10^{-4}$; $V_e = 1.0$ m/s.

I.5 Dispersion de polluants dans l'atmosphère

L'analyse d'accidents industriels relâchant des produits nocifs pour la santé (voir Fig. 1), leur anticipation ou la gestion du risque lié à une installation reposent sur l'étude de la dispersion de polluants dans l'atmosphère, les rivières ou l'océan.



Figure 1 – L'incendie de l'usine Lubrizol le 26 septembre 2019 à Rouen.

On s'intéresse ici à la dispersion d'une espèce de fraction massique noté $Y(x, y)$ dans un modèle simplifié d'atmosphère. Le champ de vitesse moyenne est supposé uniforme à la vitesse notée U . L'écoulement turbulent atmosphérique agite et brasse le champ d'espèce. Ce transfert turbulent de matière peut être modélisé par une diffusivité *turbulente* D_t . Dans un écoulement turbulent, D_t est bien plus grand que la diffusivité moléculaire de l'espèce. Pour simplifier les calculs, D_t est considérée comme constante.

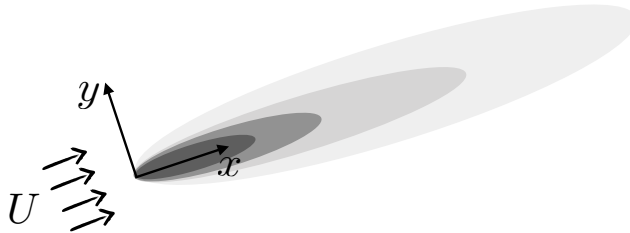


Figure 2 – Schéma du champ $Y(x, y)$ pour la configuration bidimensionnelle étudiée.

En se limitant à l'étude de la dispersion dans un domaine bidimensionnel (x, y) avec l'axe x suivant la direction du vent (voir Fig. 2), l'évolution de $Y(x, y)$ dans l'hypothèse de couche mince (épaisseur δ faible devant la longueur du jet) est donnée par

$$U \frac{\partial Y}{\partial x} = D_t \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}$$

Les profils $Y(x, y)$ pour différentes distances x depuis le point d'émission ressemblent à une courbe en cloche d'amplitude et d'épaisseur variable. On note $Y_0(x) = Y(x, y = 0)$ la fraction massique sur l'axe x . L'hypothèse d'autosimilarité simplifie la recherche de la solution du problème.

1. En estimant l'ordre de grandeur de chaque terme de l'équation (1), estimer une épaisseur $\delta(x)$ du panache de polluants.

2. En utilisant une hypothèse d'autosimilarité, exprimer le profil adimensionné de fraction massique comme une fonction d'une seule variable $f(\eta)$.
3. Obtenir une équation différentielle pour $f(\eta)$ et en déduire une condition pour que l'hypothèse d'autosimilarité soit valable.
4. Montrer que l'intégral $I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(x, y) dy$ est constante. Préciser en conséquence la condition obtenue à la question précédente et obtenir l'équation différentielle finale pour $f(\eta)$.
5. Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'expression du champ $Y(x, y)$. On introduira dans l'expression finale l'intégrale constante I reliée au débit d'espèce injecté au point d'émission.
6. Pour un seuil de toxicité $Y = Y_m$, exprimer la distance x_m correspondante et commenter la dépendance aux différents termes.
7. Commenter les différentes hypothèses du problème qui ont mené à ce résultat.

I.6 Elargissement brusque en aval d'une pompe

I. Perte de charge liée à un élargissement brusque

Une perte de charge singulière est créée à travers une conduite où l'écoulement subit un élargissement brusque (voir figure 1). L'écoulement amont possède une vitesse u_1 et une pression p_1 uniformes. Il en est de même pour l'écoulement en aval, caractérisé par une vitesse u_2 et une pression p_2 . Le fluide est considéré comme incompressible. La conduite étant horizontale, la force de pesanteur est négligée. Les forces visqueuses peuvent être négligées sur les parois Σ_1 , Σ_2 et A' . L'écoulement est stationnaire.

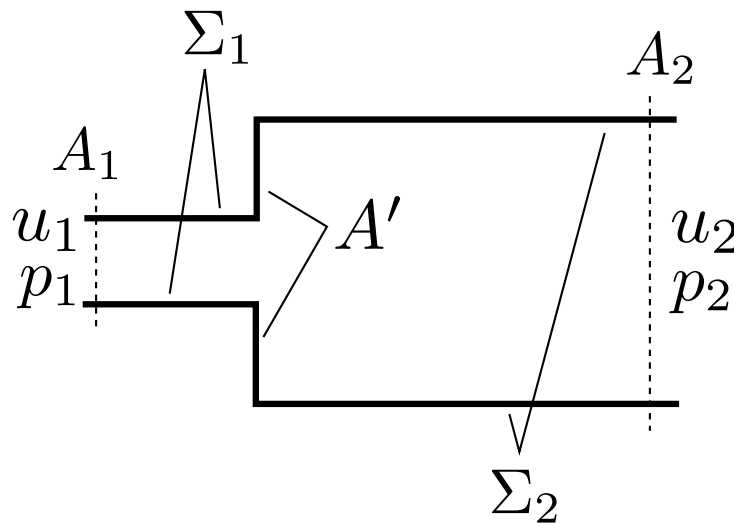


Figure 1 – Schéma d'une conduite avec un élargissement brusque.

- I. 1.** Etablir un bilan macroscopique de masse entre les sections A_1 et A_2 et lier u_1 à u_2 . On note $\dot{m}$ le débit massique.
- I. 2.** A partir d'un bilan de quantité de mouvement macroscopique, donner une expression pour la force $\mathbf{F}$ exercée par le fluide sur la conduite entre les sections A_1 et A_2 .
- I. 3.** Les observations expérimentales montrent que la pression sur la section A' est égale à p_1 . En déduire, une autre expression pour la force $\mathbf{F}$.
- I. 4.** Ecrire la différence de pression ($p_2 - p_1$) en fonction de la masse volumique ρ et des vitesses u_1 et u_2 . Exprimer la perte de charge entre A_1 et A_2 sous la forme $e_s = k \frac{u_1^2}{2}$.
- I. 5.** Application numérique : calculer la valeur du débit $\dot{m}$, de la force F et de la perte de charge associée e_s .

- $\rho = 1000.0 \text{ kg/m}^3$
- $p_1 = 1 \text{ bar}$
- $u_1 = 15 \text{ m/s}$
- A_1 : diamètre = 0.05 m
- A_2 : diamètre = 0.10 m

II. Application à un système muni d'une pompe

La conduite avec élargissement est placée en aval d'une pompe caractérisée par une puissance $\mathcal{P}$ et un rendement η . La pompe prélève du fluide depuis un réservoir situé à une hauteur $H = 2$ m au-dessus (voir figure 2). La pression au-dessus du réservoir vaut $p_{atm} = 1$ bar. La section en amont de la pompe A_0 est identique à A_1 . Entre le réservoir et l'entrée de la pompe, les pertes de charge sont négligées et la force de pesanteur est prise en compte.

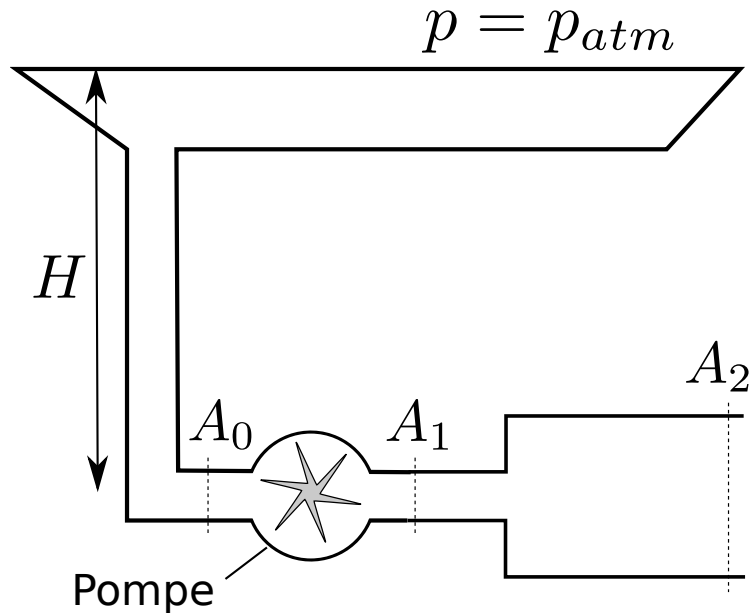


Figure 2 – Schéma de la pompe et du réservoir en amont de la canalisation précédemment étudiée.

II. 1 Déterminer une expression pour la pression p_2 au niveau de la section A_2 en fonction de $\mathcal{P}$, η , H et des autres grandeurs du problème.

II. 2. Application numérique : calculer les pressions p_2 , p_1 et la puissance $\dot{E}_v$ dissipée par la perte de charge au niveau de l'élargissement.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| • $\rho = 1000.0 \text{ kg/m}^3$ | • $u_1 = 15 \text{ m/s}$ |
| • $\mathcal{P} = 25 \text{ kW}$ | • A_1 : diamètre = 0.05 m |
| • $\eta = 0.82$ | • A_2 : diamètre = 0.10 m |
| • $H = 2 \text{ m}$ | |

II. 3. Calculer le rendement global du dispositif.

I.7 Ventilation d'un tunnel routier

Dans tout le problème, les écoulements seront supposés unidimensionnels dans les différentes sections sauf au niveau des entrées du tunnel, où cette hypothèse n'est pas valable. On s'intéresse uniquement à des régimes d'écoulements stationnaires. Sauf mentionné explicitement, les phénomènes de dissipation seront négligés. On prendra pour les applications numériques la pression et température atmosphériques égales à $p_a = 1$ bar et $T_a = 288$ K. Il n'y a pas de vent à l'extérieur. L'air est considéré comme un fluide parfait dont la viscosité cinématique vaut $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ m²/s et la masse volumique $\rho = 1.225$ kg/m³. La constante réduite des gaz parfaits vaut $r = 287$ J/kg/K et le rapport des chaleurs spécifiques est égal à $\gamma = 1.4$.

Analyse de la maquette

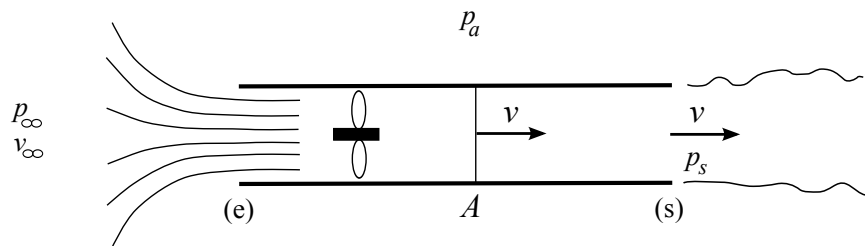


Figure 1 – Maquette d'un tunnel alimenté par un ventilateur. La vitesse est uniforme dans la section (s).

On considère la maquette d'un tunnel de section constante $A = 1$ m² représentée à la figure 1. Un ventilateur permet d'établir un écoulement de vitesse uniforme $v = 10$ m s⁻¹ à partir d'une distance égale à environ deux diamètres depuis l'entrée du tunnel. Dans la section (s) à la sortie du tunnel, l'écoulement reste uniforme et forme un jet. En amont du tunnel, dans une section suffisamment éloignée de l'entrée (∞), la pression est égale à $p_\infty = p_a$ et la vitesse de l'écoulement est notée $v_\infty = 0$. Au niveau de la section de sortie, on a $p_s = p_a$.

1.1- Quelles sont les caractéristiques de cet écoulement (laminaire/turbulent, compressible/incompressible) ?

1.2- Déterminer le débit masse $\dot{m}$ nécessaire pour maintenir un écoulement à la vitesse $v = 10$ m s⁻¹.

1.3- Déterminer le travail théorique par unité de masse w' que doit fournir le ventilateur pour maintenir cet écoulement.

1.4- Calculer la puissance électrique $\mathcal{P}_e$ nécessaire pour alimenter le ventilateur sachant que le rendement global du ventilateur vaut dans ces conditions $\eta = 0.4$.

Tunnel avec une ventilation latérale

On considère à présent un tunnel rectiligne horizontal de section constante $A = A_1 = A_2 = 80$ m² creusé dans une montagne et débouchant à l'air libre à ses deux extrémités (figure 2). Un conduit latéral équipé d'un ventilateur et débouchant dans le tunnel par un conduit rectiligne faisant un angle α par rapport à l'axe du tunnel assure la ventilation de l'ensemble. Ce dispositif prélève de l'air de l'environnement extérieur à la pression p_∞ et l'injecte dans le tunnel. Loin du ventilateur l'écoulement dans le conduit latéral peut être considéré uniforme avec une vitesse u . La section du

conduit d'aération est constante et vaut S .

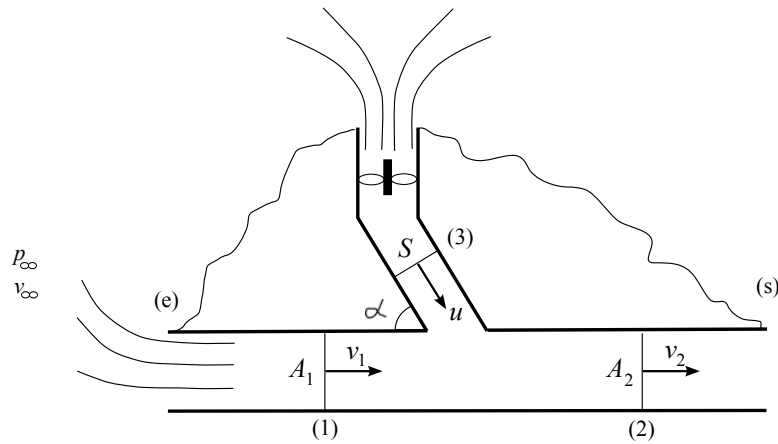


Figure 2 – Tunnel alimenté et son conduit de ventilation latéral qui débouche avec un angle α par rapport à l'axe du tunnel. Les hypothèses sur l'écoulement à la sortie du tunnel sont analogues à celles de la figure 1.

On s'intéresse dans cette partie au mode de fonctionnement indiqué à la figure 2. L'air est aspiré à l'entrée du tunnel en (e) et est refoulé à sa sortie en (s) grâce à l'écoulement créé par le ventilateur. Les sections (1) et (2) indiquées à la figure 2 sont suffisamment éloignées de l'entrée du tunnel et du conduit d'aération pour supposer des écoulements unidimensionnels dans ces sections.

1.5- En appliquant Bernoulli, exprimer la différence de pression $p_1 - p_2$ dans le tunnel en fonction des conditions d'écoulement dans la section (1) ?

1.6- À partir du volume de contrôle compris entre les sections (1), (2) et (3) de la figure 2 écrire le bilan de masse. On exprimera le résultat en fonction de $\xi = v_1/u$ le rapport de la vitesse dans la section (1) sur la vitesse dans le conduit d'aération et $\sigma = S/A$ le rapport de l'aire de la section du conduit d'aération sur la section du tunnel.

Pour simplifier le problème, on suppose désormais l'écoulement également uniforme au niveau du branchement entre le conduit d'aération et le tunnel. On utilise désormais un nouveau volume de contrôle représenté à la figure 3 compris entre les sections (1), (2) et (3').

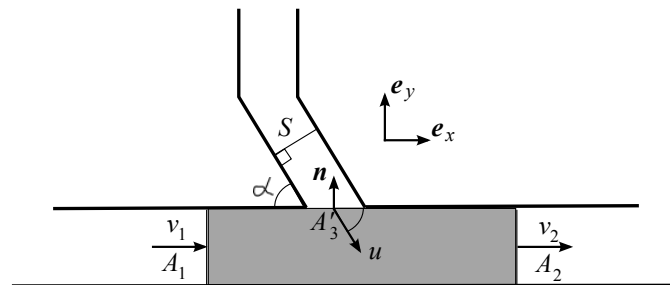


Figure 3 – Volume de contrôle. L'écoulement est supposé uniforme dans les sections (1), (2) et (3').

1.7- Grâce au bilan de quantité de mouvement, déterminer une deuxième relation pour la différence de pression $p_1 - p_2$ en fonction du rapport des vitesses ξ et des sections σ , ainsi que l'angle α . On pourra faire apparaître cette fois-ci le produit ρv_1^2 .

1.8- Dédire des relations précédentes une équation pour l'évolution du rapport de vitesse ξ en fonction du rapport des sections σ et de l'angle α .

1.9- Pour un conduit d'aération rasant, lorsque α est petit, déterminer la seule solution physique de cette équation correspondant à l'écoulement du schéma de la figure 2.

1.10- Pour dimensionner l'installation, on cherche à maximiser le rapport de vitesse ξ par rapport à σ . En déduire les valeurs des rapports σ_m et ξ_m .

1.11- Pour des raisons de confort, on souhaite limiter la vitesse maximale dans le tunnel à 10 m s^{-1} . Calculer dans ces conditions les vitesses v_2 , u et v_1 , ainsi que les pressions p_1 , p_2 de l'écoulement dans les sections (1) et (2).

1.12- On admet désormais que la pression dans la section A'_3 vaut $p_3 = p_a = 1 \text{ bar}$. Cette hypothèse vous semble-t-elle raisonnable ?

1.13- On suppose que l'écoulement a subi une perte de charge singulière ($e_s = ku^2/2$) générée par l'élargissement brusque au niveau de la jonction entre le conduit d'aération et le tunnel. L'écoulement y a perdu la moitié de son énergie cinétique ($k = 0.5$). Déterminer la puissance électrique $\mathcal{P}_e$ à fournir au ventilateur dont le rendement global est $\eta = 0.4$.

Régime surventilé

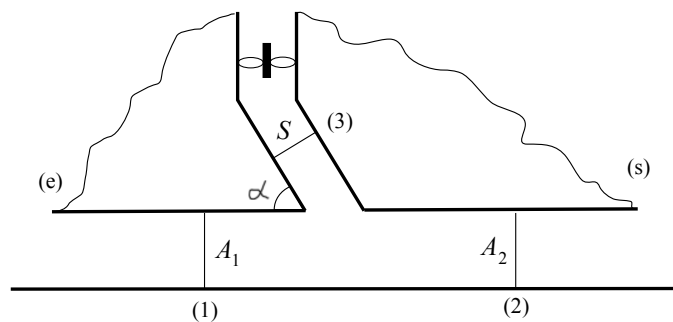


Figure 4 – Schéma du tunnel en régime de surventilation.

Le rapport de la section du conduit d'aération sur la section du tunnel est désormais fixé à $\sigma = 0.2$. L'angle du conduit d'aération α n'est plus supposé rasant.

1.14- Déterminer la condition sur l'angle α au delà de laquelle le régime d'écoulement de la figure 2 prend fin.

1.15- Si cette condition n'est pas respectée, indiquer le sens des écoulements sur la figure 4 et la structure des nouveaux écoulements dans les sections (e) et (s).

- 1.16-** Dans ces conditions, déterminer la nouvelle différence de pression $p_1 - p_2$.
- 1.17-** Déterminer les nouvelles expressions des vitesses v_1/u et v_2/u en fonction de σ et de l'angle α .
- 1.18-** En déduire la plage d'angles α rendant possible cet écoulement surventilé.
- 1.19-** Déterminer les valeurs de l'angle α et des vitesses u , v_1 et v_2 qui minimisent le débit dans le conduit d'aération avec la même condition de vitesse maximale de 10 m s^{-1} dans le tunnel.

I.8 Calcul de grandeurs d'intérêt dans un écoulement non-uniforme. Application à l'écoulement de Couette-Poiseuille

L'hypothèse d'écoulement uniforme dans les différentes sections de passage permet de simplifier considérablement l'expressions des bilans. L'hypothèse est raisonnable dans certains cas (écoulements turbulents dans une conduite par exemple) mais reste limitée. Dans le cas général d'écoulements réalistes, il est nécessaire de reconstruire les grandeurs d'intérêt à partir de champs de vitesse et pression non-uniformes. En pratique, ces calculs passent par le traitement numérique de données issues d'expériences ou de simulations. Ces calculs sont illustrés ici sur une configuration où une expression analytique des champs est disponible.

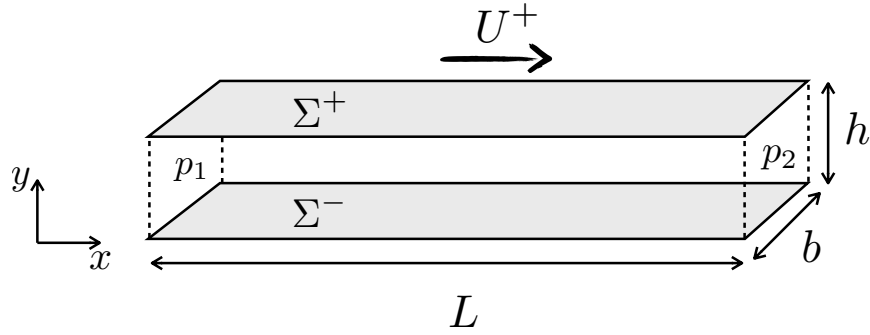


Figure 1 – Schéma de la configuration étudiée : canal plan de section $h \times b$ (avec $b \gg h$) et de longueur L .

La configuration étudiée généralise les cas simplifiés des écoulements de Couette et Poiseuille. On étudie l'écoulement incompressible et bidimensionnel dans un canal de section $h \times b$. On note p_1 et p_2 les pressions en entrée et sortie du système (voir Fig. 1). La paroi Σ^- est fixe tandis que Σ^+ se déplace à une vitesse constante notée U^+ .

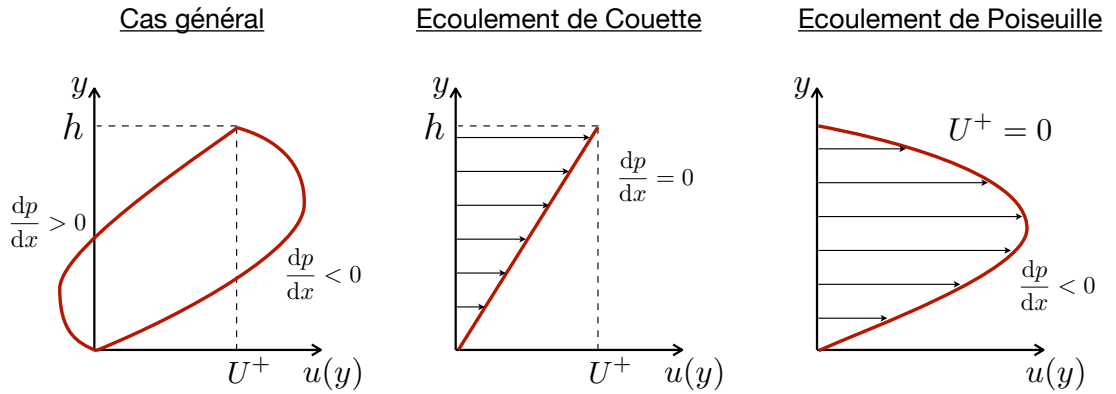


Figure 2 – Différents profils de vitesse décrits par l'équation (1).

En régime laminaire établi, l'écoulement est stationnaire, la pression est uniforme selon l'axe x du canal et varie linéairement avec un gradient de pression $\frac{dp}{dx}$ constant. Le champ de vitesse ne possède qu'une composante axiale donnée par

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h) + \frac{U^+ y}{h}. \quad (1)$$

La figure 2 représente plusieurs profils de vitesse ainsi décrits. L'écoulement de Couette est retrouvé dans le cas $p_1 = p_2$, c'est-à-dire $\frac{dp}{dx} = 0$. L'écoulement de Poiseuille correspond lui au cas où $U^+ = 0$.

1. Exprimer la vitesse débitante U à partir du profil de vitesse donné. En déduire une condition pour que le débit de l'écoulement, compté positivement selon x , soit positif.
2. Déterminer l'expression des forces $\mathbf{F}^-$ et $\mathbf{F}^+$ appliquées sur les parois Σ^- et Σ^+ . Vérifier la cohérence de vos résultats pour les cas limites des écoulements de Couette et Poiseuille.
3. Déterminer les puissances appliquées au fluide $\dot{W}^-$ et $\dot{W}^+$ correspondantes aux efforts sur les parois Σ^- et Σ^+ .
4. A l'aide d'un bilan d'énergie mécanique, exprimer la puissance dissipée $\dot{E}_v$ par les pertes de charge.
5. Obtenir ce même résultat en passant par la définition de $\dot{E}_v$ à partir du champ de vitesse.

I.9 Etude d'un ressaut hydraulique

Le problème étudié concerne le phénomène de ressaut hydraulique rencontré dans les écoulements à surface libre : l'écoulement passe d'une vitesse élevée à une vitesse faible subitement tout en générant une perte de charge par dissipation visqueuse. Les ressauts hydrauliques sont fréquemment rencontrés dans les cours d'eau et canaux, dans plusieurs applications industriels (voir Fig. 1 a) et procédés de fabrication ainsi que quotidiennement au fond d'un évier de cuisine (Fig. 1 b).



Figure 1 – (a) Après un barrage, l'énergie cinétique en excès du fluide est dissipée en générant un ressaut hydraulique. (b) Ressaut hydraulique dans un évier : après avoir rencontré le fond de l'évier, l'écoulement s'écoule radialement à haute vitesse puis change soudainement à travers le ressaut avec une élévation importante du niveau d'eau.

On s'intéresse à un dispositif expérimental pour l'étude du phénomène de ressaut hydraulique (voir Fig. 2).

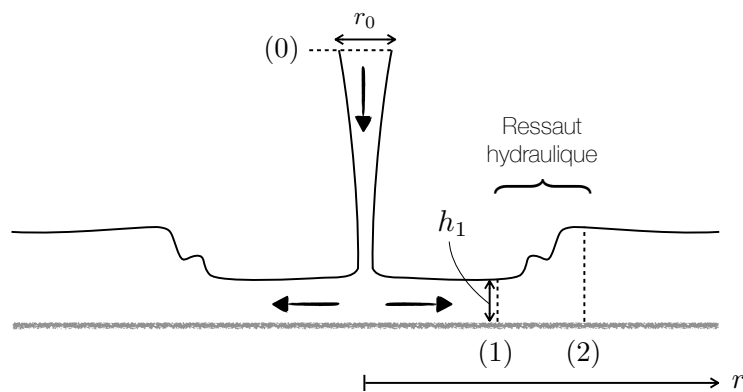


Figure 2 – Schéma de l'écoulement en sortie du jet jusqu'au ressaut hydraulique

Un jet d'eau (rayon r_0) alimenté par une pompe impacte une plaque située au-dessous à une hauteur H . Le ressaut hydraulique est positionné en $r = r_h$ et la hauteur d'eau juste en amont est notée h_1 . On note u_1 la vitesse débitante amont correspondant à h_1 .

Données pour le point de fonctionnement étudié :

- Rayon du jet d'eau : $r_0 = 0.5$ cm,
- Hauteur depuis la sortie du jet : $H = 30$ cm,
- Position du ressaut : $r_h = 6$ cm,
- Vitesse juste en amont du ressaut : $u_1 = 0.5$ m/s.
- Hauteur en amont du ressaut : $h_1 = 2$ mm.

Propriétés thermophysiques :

- Densité de l'eau : $\rho = 1000$ kg/m³,
- Viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 10^{-3}$ kg/m/s,
- Tension superficielle de l'eau (interface air/eau) : $\sigma = 0.072$ N/m.

Etude du jet

La vitesse au sein du jet est considérée uniforme et ne dépend que de l'axe vertical z .

1. Calculer la vitesse u_0 en sortie du jet et le nombre de Reynolds correspondant.
2. Déterminer la pression au sein du jet d'eau au niveau de la section de sortie du jet (0) en prenant en compte les effets de tension superficielle.

Pour de faible vitesse de jet, celui-ci se met à perler goutte à goutte à cause d'instabilités liées aux ondes de capillarité. Le nombre de Weber $We = \frac{\rho U^2 d}{\sigma}$ compare les efforts de tension de surface aux forces d'inertie.

3. Vérifier que, pour le point de fonctionnement étudié, les perturbations du jet sont négligeables.

Les effets de tension de surface sont négligés dans la suite du problème.

4. Déterminer l'évolution $u(z)$ le long du jet, et en déduire les valeurs de vitesse u_b et de rayon r_b au bas du jet juste avant la formation du film mince sur la plaque.

Dimensionnement de la pompe

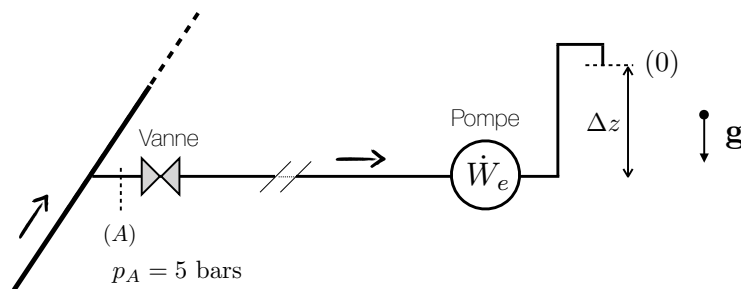


Figure 3 – Schéma du circuit d'alimentation du jet d'eau. $\Delta z = 2$ m est la différence de hauteur entre le niveau de la vanne et la sortie du jet.

On étudie dans un premier temps le dispositif d'alimentation en eau du jet (voir Fig. 3). L'arrivée d'eau depuis le circuit principal, à la pression $p_A = 5$ bars, passe par une conduite (longueur $L = 20$ m, diamètre $d = 1$ cm, rugosité $\varepsilon = 0.1$ mm) en amont de la pompe. Une vanne de régulation dont le coefficient de pertes de charge est $k = 2.0$ est située proche de l'entrée de la conduite. La perte de charge régulière par frottement générée dans la conduite doit également être comptabilisée. Les

pertes au sein de la pompe sont caractérisées par le rendement de celle-ci : $\eta = 0.8$.

5. Mener les différents calculs intermédiaires pour déterminer la puissance électrique $\dot{W}_e$ de la pompe.

Conditions de saut à travers le ressaut hydraulique

Le nombre de Froude Fr compare les forces volume sur une colonne de fluide aux forces d'inertie. On peut montrer que le ressaut hydraulique ne se forme que pour $Fr_1 > 1$, où Fr_1 désigne le nombre de Froude de l'écoulement en amont du ressaut.

6. Exprimer le nombre de Froude et calculer Fr_1 en amont du ressaut.

Les conditions de saut à travers le ressaut hydraulique sont déterminées à partir de bilans macroscopiques. En négligeant les effets de courbures suivant la direction azimutale, on considère la configuration bidimensionnelle schématisée dans la figure 4 où la vitesse est considérée uniforme dans les sections (1) et (2) de part et d'autre du ressaut.

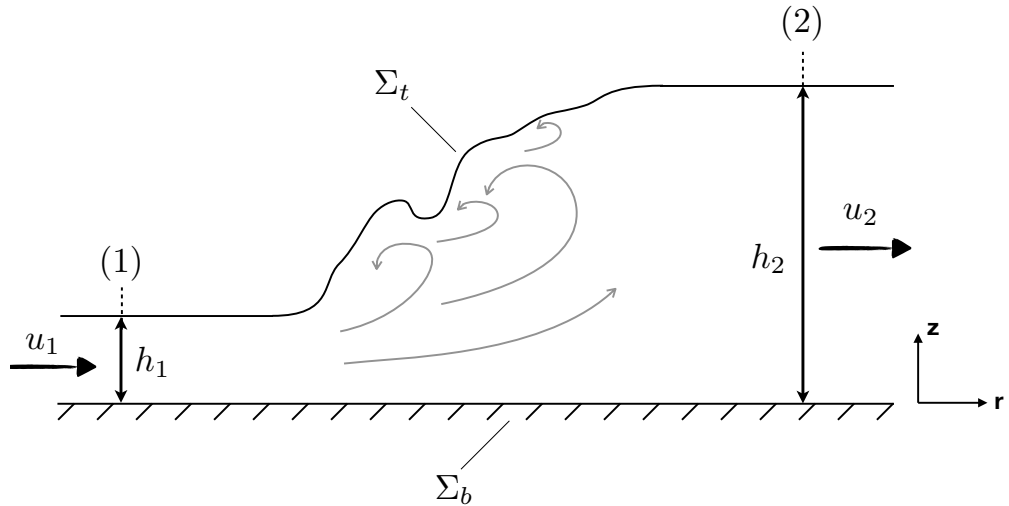


Figure 4 – Schéma du ressaut hydraulique. Σ_b : surface solide au fond. Σ_t : interface liquide-atmosphère.

7. Simplifier les expressions des bilans macroscopiques de masse et de quantité de mouvement entre les sections (1) et (2).

8. En posant l'inconnue $X = \frac{h_2}{h_1}$, établir une équation pour X paramétrée par Fr_1 . En déduire la solution $\frac{h_2}{h_1}$ correspondant au ressaut et exprimer Fr_2 en fonction Fr_1 .

On peut montrer à partir de ce résultat que le bilan d'énergie mécanique à travers le ressaut donne une perte de charge singulière correspondant à

$$e_s = g \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_2h_1}.$$

La contrainte physique $e_v > 0$ pour respecter le second principe de la thermodynamique impose $h_2 > h_1$. Le ressaut ne peut donc exister que pour $Fr_1 > 1$: l'écoulement amont doit être super-critique, c'est à dire sa vitesse est plus grande que $\sqrt{gh_1}$, vitesse de propagation des ondes dans

l'écoulement à surface libre. L'écoulement en aval est lui sous-critique : $Fr_2 < 1$.

Il existe une grande analogie entre les écoulements à surface libre et les écoulements compressibles pouvant présenter, de manière similaire, des ondes de chocs lorsque la vitesse est supersonique.

I.10 Bilans macroscopiques d'entropie et de vorticité

I. Bilan macroscopique d'entropie

L'équation de transport d'entropie obtenue à partir du bilan local d'enthalpie ($Tds = dh - dp/\rho$) est

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}.$$

Une expression équivalente est la suivante :

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \frac{1}{T} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{T^2} q_i \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{q_i}{T} \right).$$

I.1 écrire le bilan macroscopique d'entropie sur un volume de contrôle fixe V de surface notée A et identifier le second principe de la thermodynamique.

II. Bilan macroscopique de vorticité

Le vecteur vorticité est le rotationnel du champ de vitesse :

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v} \text{ ou en notations indicielles } \omega_i = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j}$$

On rappelle quelques propriétés mathématiques

- Théorème de Stokes : $\oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \int_A \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} dA$
- $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \left(\frac{|\mathbf{v}|^2}{2} \right) + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$

La première relation permet de relier la circulation d'un champ de vitesse sur un contour fermé $\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l}$ à une intégrale surfacique du champ de vorticité.

II.1 Montrer que la vorticité est régie par l'équation de transport donnée ci-dessous pour un fluide de densité constante. Les forces de volumes sont considérées uniformes (exemple : gravité).

$$\rho \frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \rho \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{v} + \mu \nabla^2 \boldsymbol{\omega}$$

L'identité mathématique suivante entre deux vecteurs sera utile :

$$\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a}(\nabla \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b}(\nabla \cdot \mathbf{a}) + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{b}$$

II.2 Montrer que pour un écoulement bidimensionnel non-visqueux, l'intégrale du champ de vorticité sur une volume de contrôle matériel est constante.

Ce résultat montre que la circulation Γ du champ de vitesse sur un contour matériel est également conservée dans ces conditions. On peut montrer qu'il se généralise en 3D : c'est le théorème de Kelvin.

I.11 Bilan macroscopique sur un champ inhomogène

Nous allons ici utiliser des bilans macroscopiques sur des champs de vitesses et de pression réalistes car non-nécessairement uniformes au niveau des section définissant le volume de contrôle considéré. Les résultats sont donc obtenus numériquement à partir de tableaux de données numériques pour $u(x, y)$, $v(x, y)$ et $p(x, y)$ données sur un maillage, ici structuré, (x_i, y_j) . Les tableaux de valeurs correspondantes u_{ij} , v_{ij} et p_{ij} sont à récupérer sur le site en ligne du cours :

- Fichier de données *Fields.mat* pour Matlab. Fichier source de démarrage *Bilan_macro.xlmf*
- Fichier de données *Fields.mat* également pour Python. Fichier source de démarrage *Bilan_macro.ipynb* sous notebook Jupyter.

L'écoulement 2D plan étudié est un écoulement face à une paroi (champs issus d'un précédent TD). Il est représenté ci-dessous.

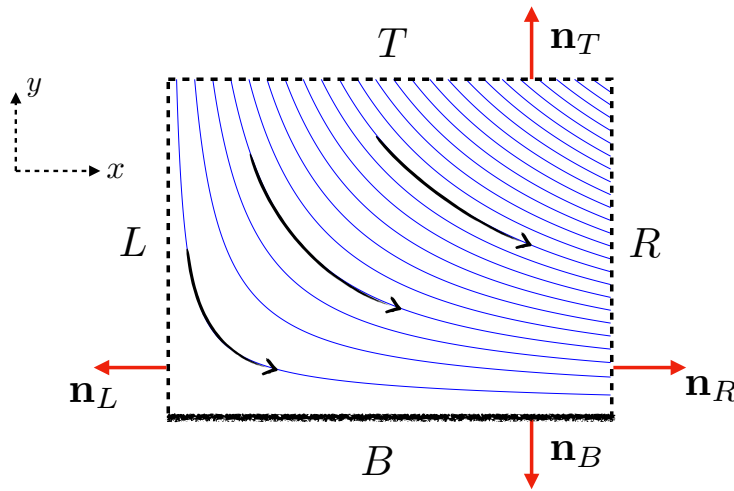


Figure 1 – Ecoulement face à une paroi. Le volume de contrôle est défini par les faces hautes (T), basses (B), gauche (L) et droite (R). Les vecteurs unitaires pointant vers l'extérieur du domaine fluide ainsi défini sont notée $\mathbf{n}_T$, $\mathbf{n}_B$, $\mathbf{n}_L$ et $\mathbf{n}_R$.

La face de gauche est un axe de symétrie : $u = 0$ et $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ en L . La paroi basse est un mur : $u = 0$ et $v = 0$ en B . L'écoulement s'écoule depuis l'entrée sur la face haute (T) vers la sortie au niveau de la face droite (R). Le domaine est de taille $L_x \times L_y$ avec $L_x = L_y = 1$ cm. L'écoulement est stationnaire et de densité et viscosité dynamique constantes : $\rho = 10^3$ kg/m³ et $\mu = 10^{-1}$ kg/m/s. Les forces de volume ne sont pas considérées.

Sans faire d'avantage d'hypothèses ou simplifications, nous allons considérer plusieurs bilans macroscopiques sur les champs de vitesse et pression inhomogènes correspondants. Les bilans sont intégrés sur le domaine défini à la figure 1 et suivant une direction transverse z d'extension $b = 1$ m.

La fonction *trapz* sous Matlab/Python permet de calculer des intégrales 1D par la méthode des trapèzes.

Bilan macroscopique de masse

1. Vérifier que le bilan macroscopique de masse est respecté dans les champs fournis.

Bilan macroscopique de quantité de mouvement

2. Déterminer les composantes F_x et F_y de la force appliquée par le fluide sur la paroi B .
3. Vérifier qu'un bilan macroscopique de quantité de mouvement permet de retrouver F_x et F_y à partir d'informations sur les autres frontières du domaine T , L et R .

Bilan d'énergie mécanique

4. Déterminer la puissance dissipée par les effets visqueux $\dot{E}_v = \int_V \hat{\phi} dV$ où $\hat{\phi}$ est le terme de dissipation visqueuse apparaissant dans le bilan local d'énergie cinétique.
5. A partir d'un bilan macroscopique d'énergie cinétique, c'est-à-dire le bilan d'énergie mécanique, retrouver différemment la valeur de $\dot{E}_v$ à partir d'informations sur les frontières du domaine.

I.12 Ressources de calcul pour une simulation directe

Les écoulements turbulents peuvent être simulés avec différents niveaux de précision selon les besoins et la puissance de calcul disponible. La simulation RANS, pour *Reynolds Average Navier-Stokes* simulation, est basée sur un traitement statistique des équations de la mécanique des fluides. Elle est maintenant largement répandue dans l'industrie et permet d'accéder à un ensemble de grandeurs moyennes pour des écoulements stationnaires (en moyenne) dans des géométries complexes avec un coût informatique relativement modéré. La simulation numérique directe (DNS), pour *Direct Numerical Simulation* est un outil plus puissant qui permet d'accéder à chaque instant à la totalité de l'information contenue dans l'écoulement instationnaire simulé, car l'ensemble des échelles turbulentes de l'écoulement sont résolues. Ce genre de simulation n'est encore possible que dans des situations idéalisées pour des géométries simples et des nombres de Reynolds modérés.

On se propose d'estimer la capacité mémoire qui serait nécessaire pour la simulation d'un jet turbulent à grande vitesse issu d'un turboréacteur. Pour cela, il faut évaluer les échelles et les temps caractéristiques de la zone de turbulence développée du jet libre d'air vicié issu du turboréacteur (Figure ??). Dans cette région la vitesse axiale sur l'axe du jet est $U = 220 \text{ m s}^{-1}$. L'épaisseur caractéristique de ce jet est $L = 0.5 \text{ m}$. Le niveau de turbulence est caractérisé par des fluctuations de vitesse typiques $u_e/U = 0.15$. La température locale sur l'axe est $T = 400 \text{ K}$ et la pression est $p = 1 \text{ bar}$. La viscosité dynamique est dans ces conditions $\mu = 2.286 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$. L'air sera assimilé à un gaz parfait de constante $r = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

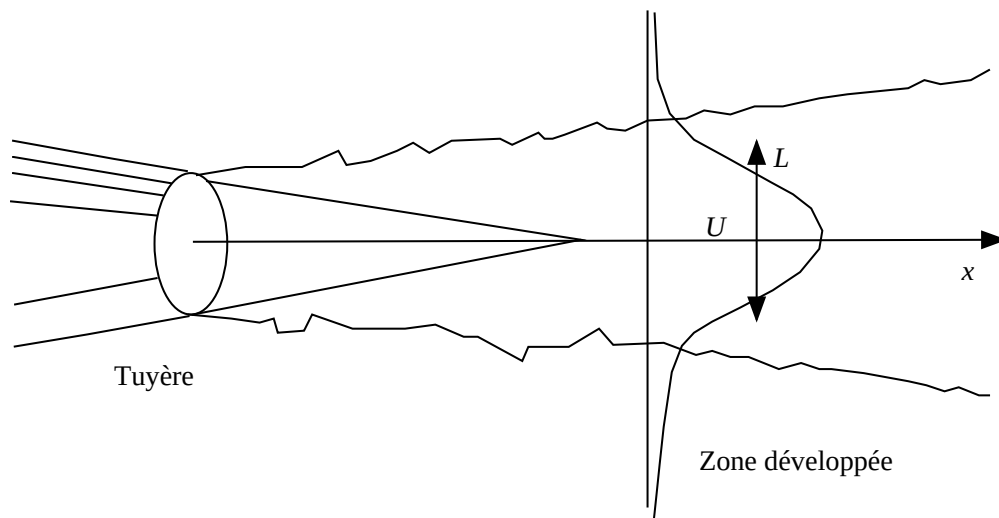


Figure 1 – Schéma de la zone de turbulence développée d'un jet turbulent libre.

I. Estimation des échelles

I.1 Déterminer la masse volumique ρ de l'air dans les conditions qui règnent sur l'axe. Calculer la viscosité cinématique ν dans ces conditions et le nombre de Reynolds Re_L dans la zone de turbulence développée du jet.

I.2 Estimer la taille caractéristique ℓ_e des grands tourbillons.

I.3 Estimer la taille ℓ_K des tourbillons dissipatifs, c'est-à-dire les échelles de Kolmogorov.

I.4 Déterminer les vitesses et les temps caractéristiques correspondant aux grandes échelles et aux échelles de Kolmogorov.

II. Simulation directe (DNS) complète de l'écoulement

On souhaite réaliser une simulation directe de cet écoulement dans un domaine de calcul de volume $V = L^3$. Ce domaine continu est discrétisé en cellules élémentaires régulièrement espacées (des cubes) dont les sommets correspondent à des noeuds d'un maillage pour lesquels les variables de l'écoulement sont évaluées à chaque pas de temps de la simulation. La solution est alors approchée par un ensemble de valeurs discrètes aux noeuds du maillage à chaque pas de temps. On admet que la zone d'influence d'un tourbillon doit être distribuée au moins sur n noeuds du maillage dans chacune des directions de l'espace pour résoudre correctement son évolution. La valeur de n dépend de la méthode numérique utilisée. Dans la plupart des cas n varie de 3 à 5. On supposera ici $n = 4$.

II.1 Estimer le nombre N de cellules élémentaires du domaine de calcul nécessaires pour réaliser une simulation directe sur le volume V . Exprimer ce nombre en fonction du nombre de Reynolds Re_{ℓ_e} .

II.2 En déduire la capacité mémoire qui serait nécessaire à chaque pas de temps pour stocker l'information sur un domaine de calcul de volume $V = L^3$. On supposera que l'ensemble des variables de l'écoulement stockées pour 1000 cellules occupent un espace mémoire de 10 Ko.

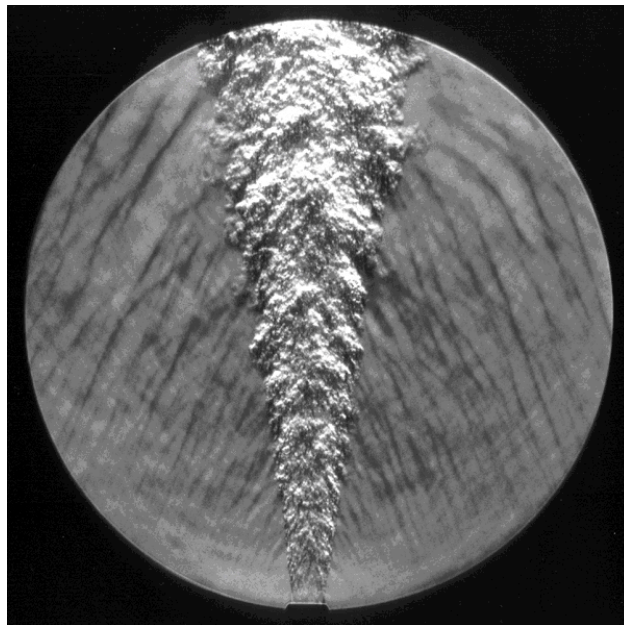


Figure 2 – Jet d'Helium (He) à grande vitesse dans un mélange Azote/Argon (N_2/Ar).

I.13 Instabilité d'interfaces

On étudie les instabilités possibles au niveau d'une interface entre deux écoulements uniformes de densité possiblement différentes. Pour cela, on parcourt les différentes étapes de l'analyse de stabilité.

A. Définition de l'écoulement de base

L'écoulement n°2 pour $y > 0$ est caractérisé par la vitesse U_2 , la densité ρ_2 , le champ de pression $\bar{p}_2$ spécifié par la loi de l'hydrostatique. Des grandeurs similaires sont définies pour l'écoulement n°1 (voir Fig. 1).

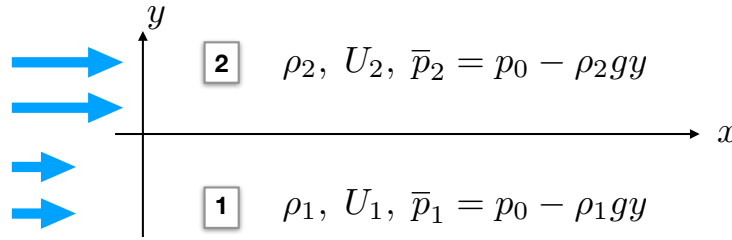


Figure 1 – Schéma de l'écoulement de base étudié

L'écoulement de base est incompressible et uniforme par région. Il est donc aussi irrotationnel par région.

1. Déterminer les champs potentiels $\bar{\phi}_1$ et $\bar{\phi}_2$ associés aux champs de vitesse dans chaque zone.

B. Ajout de perturbation et linéarisation

Le champ perturbé dans chaque zone est décrit comme

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad \text{où} \quad \bar{u}_i = U_i$$

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad \text{où} \quad \bar{v}_i = 0$$

$$p_i = \bar{p}_i + p'_i$$

pour chaque zone $i = 1$ ou 2 . Les perturbations doivent être amorties au loin pour être acceptables physiquement :

$$u'_1(x, y = -\infty) = 0 ; v'_1(x, y = -\infty) = 0$$

$$u'_2(x, y = +\infty) = 0 ; v'_2(x, y = +\infty) = 0$$

On note $\eta(x, t)$ la hauteur de l'interface (voir Fig. 2) séparant les deux régions à un instant ultérieur.

En l'absence de vorticité dans chaque région initialement, on peut rechercher une solution des champs perturbés à partir de l'hypothèse d'écoulements potentiels.

2. Déterminer l'équation suivie par les perturbations de champs potentiels ϕ'_1 et ϕ'_2 .

3. Quelles relations relient les champs perturbés de part et d'autre de l'interface ?

4. Simplifier ces relations pour de petites perturbations.

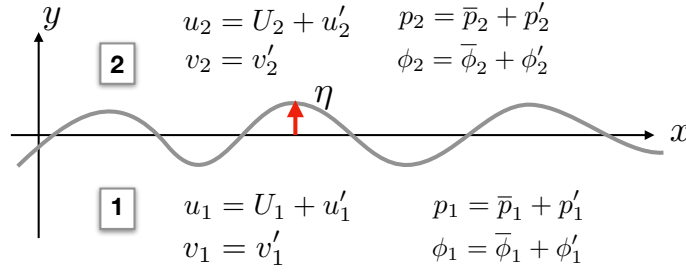


Figure 2 – Schéma de l'écoulement perturbé.

C. Forme simplifiée des solutions et problème aux valeurs propres

On cherche des solutions pour les champs u'_j , v'_j , ϕ'_j et η dont la dépendance en x fait apparaître une onde monochromatique de nombre d'onde k et de pulsation ω .

5. Exprimer les formes des champs u'_j , v'_j , ϕ'_j et η .

6. Résoudre l'équation suivie par ϕ'_1 et ϕ'_2 et montrer que le champ de vitesse est caractérisé par quatre constantes α_1 , α_2 , β_1 et β_2 .

Ces constantes sont reliées aux conditions aux limites. La recherche d'une solutions non-triviale ($\eta \neq 0$) amène à un problème aux valeurs propres.

7. Déterminer et résoudre ce problème aux valeurs propres pour exprimer la relation de dispersion $\omega(k)$:

$$\omega = k \frac{\rho_1 U_1 + \rho_2 U_2}{\rho_1 + \rho_2} \pm \left[-\frac{k^2 \rho_1 \rho_2 (U_1 - U_2)^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} + kg \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right]^{1/2}.$$

D. Caractérisation de la stabilité

8. Exprimer, pour le cas général étudié, la condition de stabilité de l'écoulement.

9. Identifier plusieurs cas particuliers rattachés à des types d'instabilités connues (Kelvin-Helmholtz, Rayleigh-Taylor).

I.14 Instabilité d'une couche de mélange

On s'intéresse à l'étude d'instabilités de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange dont le profil de vitesse est présenté dans la figure ci-dessous :

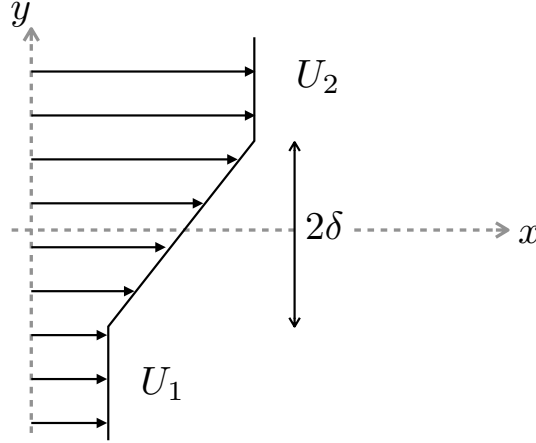


Figure 1 – Écoulement considéré avec une épaisseur finie de cisaillement entre deux milieux de vitesses uniformes U_1 et U_2

Le fluide considéré est monophasique et de densité ρ constante. Le champ de vitesse correspondant est donné par

$$\bar{u}(x, y) = \begin{cases} U_1 & \text{pour } y < -\delta \\ U_m + \Delta U \frac{y}{\delta} & \text{pour } -\delta \leq y < \delta \\ U_2 & \text{pour } y \geq \delta \end{cases},$$

avec $U_m = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$ et $\Delta U = \frac{1}{2}(U_2 - U_1)$. Le champ de pression est uniforme $\bar{p} = p_a$.

On considère des instabilités purement 2D et inertielles, c'est-à-dire contrôlées uniquement par les forces d'inertie. On néglige ainsi les forces visqueuses et les forces de gravité.

1. Vérifier que l'écoulement de base $(\bar{\mathbf{v}}, \bar{p})$ est bien solution des équations fondamentales.

La discontinuité du gradient de vitesse $\bar{u}$ en $y = \pm\delta$ invite à considérer trois zones lors de l'étude de l'écoulement perturbé comme indiqué dans la figure 2 ci-dessous. Pour chacune des zones (1), (2) et (0), on note les perturbations des champs de vitesse et pression u'_j , v'_j et p'_j pour $j = 1, 2$ ou 0. Ces zones sont séparées par deux interfaces notées η^+ et η^- positionnées autour de $y = \delta$ et $y = -\delta$, respectivement. Celles-ci sont des surfaces matérielles se déplaçant à la vitesse $\mathbf{w}$ identique à la vitesse locale du fluide. On note $u_j = \bar{u}_j + u'_j$, $v_j = \bar{v}_j + v'_j$ et $p_j = \bar{p}_j + p'_j$ les champs instationnaires, sommes des écoulements de base et des perturbations.

2. Déterminer les conditions aux limites en $y = \pm\infty$ et les conditions de saut au niveau des interfaces pour les champs de perturbations qui sont de faible amplitude.

Pour chaque zone, on introduit une fonction de courant $\psi_j = \bar{\psi}_j + \psi'_j$. On cherche des solutions,

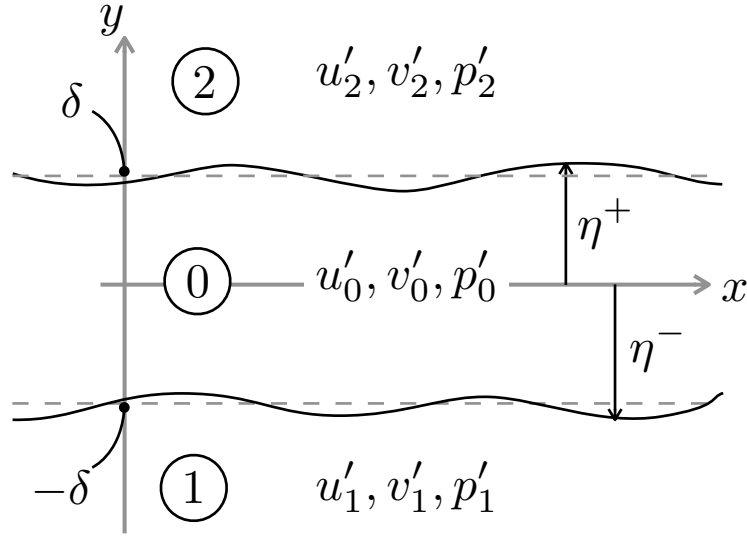


Figure 2 – Schéma de l'écoulement perturbé.

écrites sous forme complexe, de la sorte :

$$\begin{aligned}
 u'_j &= \widehat{u}_j(y) e^{i(kx - \omega t)} \\
 v'_j &= \widehat{v}_j(y) e^{i(kx - \omega t)} \\
 p'_j &= \widehat{p}_j(y) e^{i(kx - \omega t)} \\
 \psi'_j &= \widehat{\psi}_j(y) e^{i(kx - \omega t)}
 \end{aligned}$$

3. Relier les amplitudes $\widehat{u}_j(y)$, $\widehat{v}_j(y)$ et $\widehat{p}_j(y)$ à l'amplitude de la fonction de courant $\widehat{\psi}_j(y)$ pour chaque zone.

4. Simplifier l'équation d'Orr-Sommerfeld dans le cas présent et donner la forme générale des solutions $\widehat{\psi}_j(y)$ dans le cas présent.

5. Prendre en compte les conditions aux limites et de saut aux interfaces. Comment est déterminée la relation de dispersion $\omega(k)$?

Après calcul, la relation de dispersion est

$$4(k\delta)^2 (c - U_m)^2 - \Delta U^2 \left((2k\delta - 1)^2 - e^{-4k\delta} \right) = 0,$$

avec la vitesse $c = \frac{\omega}{k}$.

6. Caractériser la stabilité temporelle de l'écoulement étudié. Que retrouve-t-on pour $\delta \rightarrow 0$?

I.15 Allées de von Karmàn derrière un obstacle

Lorsqu'un obstacle cylindrique est placé dans un écoulement, on observe pour certaines conditions d'écoulement l'apparition d'un lâcher périodique de tourbillons nommé *allée de tourbillons de von Karmàn* (voir Fig. 1, haut). On décide d'étudier ce phénomène en soufflerie en enregistrant le signal de vitesse obtenu par un fil chaud placé en aval de l'obstacle pour différentes tailles d'obstacles D et différentes vitesses d'écoulement V (voir Fig. 1, bas). On se propose maintenant de dépouiller les essais pour étudier le caractère périodique des lâchers de tourbillons.

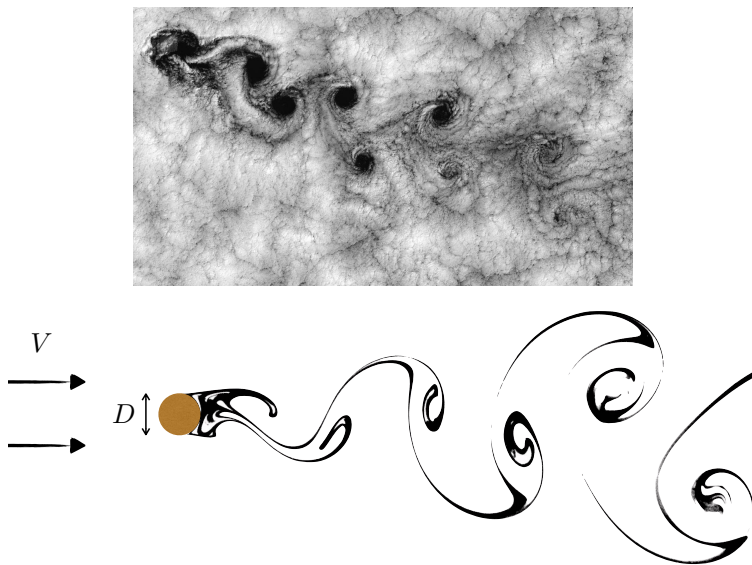


Figure 1 – Allée de tourbillons de von Karmàn : photographi (haut) et schéma (bas).

1. Utiliser le script `exemple.mlx` pour analyser le premier signal. Que peut-on dire en zoomant sur le graphique du signal en fonction du temps ? Comment cela se traduit-il sur le spectre du signal ?
2. Analyser d'autres signaux du jeu de données fournies. Comment la fréquence de lâcher des tourbillons évolue-t-elle avec les paramètres expérimentaux ?
3. Écrire une relation entre les nombres sans dimensions entrant en jeu dans ce problème.
4. Modifier le script pour tracer le spectre en fonction d'un des nombres sans dimensions précédemment identifiés et reprendre l'analyse des signaux.
5. Que peut-on en conclure sur la relation entre les nombres sans dimensions identifiés dans la plage de mesure étudiée ?

Densité Spectrale de Puissance

Les signaux expérimentaux comme celui considéré ne sont pas nécessairement périodiques et sont entachés de bruit de mesure. L'analyse de tels signaux repose sur le traitement de signaux aléatoires de puissance finie. Quelques notions correspondantes de Traitement du Signal sont rappelées ci-dessous.

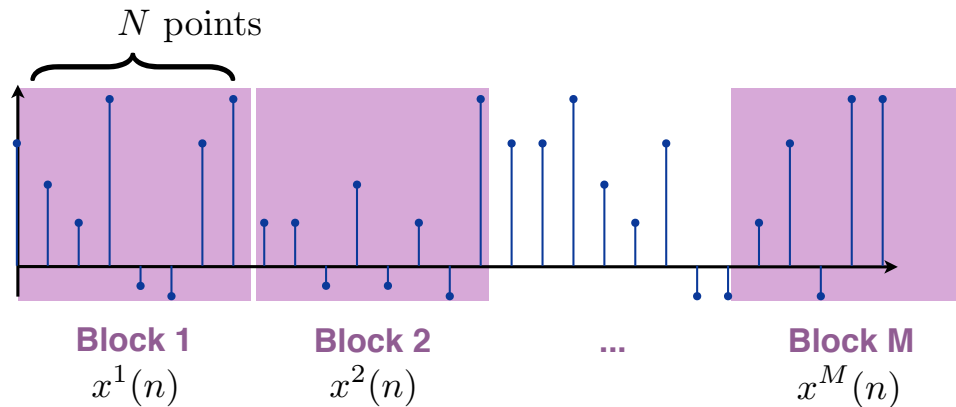
La puissance P d'un signal temporel $u(t)$ est définie comme

$$P = \frac{1}{T} \int |u(t)|^2 dt.$$

Celle-ci peut être interprétée en la décomposant sur plusieurs fréquences grâce à la densité spectrale de puissance (*PSD pour Power Spectral Density en anglais*) P_{xx} :

$$P = \int_0^\infty P_{xx}(f) df$$

Le calcul de la densité spectrale de puissance passe par le découpage du signal échantillonné en plusieurs blocs de taille N comme indiqué dans le schéma ci-dessous.



On calcule ensuite

$$P_{xx}(f = k\Delta f) \approx \frac{\Delta t}{MN} \sum_{j=1}^M |X_j(k)|^2,$$

où M est le nombre de bloc, Δt la période d'échantillonnage, $X_j(k)$ est la transformée de Fourier discrète correspondante au signal discret $x^j(n)$ du bloc n° j . On note $f_e = \frac{1}{\Delta t}$ la fréquence d'échantillonnage. Le résultat $P_{xx}(f)$ est obtenu pour des valeurs de fréquences espacées de $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$, appelée la résolution fréquentielle, jusqu'à $f_{max} = \frac{f_e}{2}$ (Critère de Shannon). La méthode de calcul présentée est généralisée par la méthode de Welch qui permet de considérer plusieurs types de fenêtres d'adoucissement pour tronquer le signal dans chaque bloc, ces derniers pouvant se recouvrir.

La ligne de code Matlab suivante permet de récupérer les valeurs de $P_{xx}(f)$ calculées par la méthode de Welch :

```
[Pxx,f]=pwelch(x>window,noverlap,nfft,Fs)
```

Voir la documentation en ligne pour plus de détails sur les arguments.

I.16 Transfert de quantité de mouvement dans les écoulements turbulents cisailés

On propose d'étudier dans ce problème le transfert de quantité de mouvement dans des écoulements cisailés libres (voir Figure ?? pour quelques exemples).

Pour simplifier l'analyse, on envisage des écoulements bidimensionnels en moyenne. On supposera également la viscosité ν constante. Les deux composantes de vitesse moyenne $\bar{u}$ et $\bar{v}$ ne dépendent que des coordonnées x et y et il en est de même de toutes les quantités moyennes

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}(x, y)$$

On prendra les quantités suivantes comme vitesse ou échelles de référence dans l'évaluation des ordres de grandeur :

- U : vitesse caractéristique suivant x
- V : vitesse caractéristique suivant y
- u_t : fluctuation typique de vitesse
- L : échelle axiale
- l : échelle transversale

Dans les écoulements cisailés, on a en général une échelle de longueur transverse petite devant l'échelle longitudinale $l/L \ll 1$ (typiquement $l/L \sim 0.1$) et on supposera le nombre de Reynolds $Re_l = Ul/\nu \gg 1$ (typiquement $Re_l = 10^3 - 10^4$).

On envisage des écoulements incompressibles, stationnaires en moyenne. On négligera les forces volumiques.

1. A partir d'un bilan instantané de masse et de quantité de mouvement, retrouver les équations moyennées de Reynolds. On éliminera tous les termes qui ne contribuent pas au bilan de masse et de quantité de mouvement.

2. Estimer l'ordre de grandeur des termes qui interviennent dans le bilan de masse.

3. Estimer l'ordre de grandeur des termes qui interviennent dans le bilan de quantité de mouvement suivant x . On supposera dans un premier temps le gradient de pression longitudinal négligeable. On proposera une justification de cette approximation à la question **6**.

(a) Evaluer l'ordre de grandeur du rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses. Examiner le cas lorsque $Re_l = Ul/\nu \gg 1$ (de l'ordre de 1000).

(b) Dédire de cette estimation l'ordre de grandeur des fluctuations de vitesse u_t .

(c) Evaluer le rapport des transferts de quantité de mouvement turbulent au transfert de quantité de mouvement par les processus moléculaires.

Application numérique

$$U = 10 \text{ m s}^{-1}, \quad l/L = 0.15, \quad \nu = 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, \quad L = 0.20 \text{ m}$$

4. Donner la forme simplifiée de l'équation de bilan de quantité de mouvement projetée suivant x .

5. On considère à présent le bilan de quantité de mouvement suivant y . On supposera que la pression à l'infini p_∞ est uniforme.

Après une estimation des ordres de grandeur et simplification de l'équation de bilan, montrer que la pression moyenne $\bar{p}$ en un point de l'écoulement est donnée par :

$$\bar{p} = p_\infty - \overline{\rho v'^2}$$

6. Evaluer l'ordre de grandeur du gradient de pression longitudinal. Montrer que ce terme peut être négligé par rapport au transfert de quantité de mouvement par les fluctuations turbulentes.

7. Ecrire les équations de bilan moyennées qui régissent les écoulements cisailés turbulents bidimensionnels en moyenne.

8. On se place dans le cas d'une couche de cisaillement (Figure 1 en haut). On souhaite estimer le rapport de la viscosité turbulente sur la viscosité laminaire dans ce type d'écoulement. Pour cela on utilise un modèle de longueur de mélange pour la viscosité turbulente :

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|$$

On a $l_m = C\delta$ avec $C \simeq 0.07$ et $\delta \simeq 0.15x_1$ où x_1 représente la distance depuis le bord de la plaque de séparation et δ la distance entre les écoulements de vitesses uniformes U_1 et U_2 .

Calculer dans ces conditions le rapport ν_t/ν à $x_1 = 10$ cm du bord de séparation. On prendra $U_1 = 10$ m s⁻¹, $U_2 = 0$ m s⁻¹, $\nu = 10^{-5}$ m² s⁻¹.

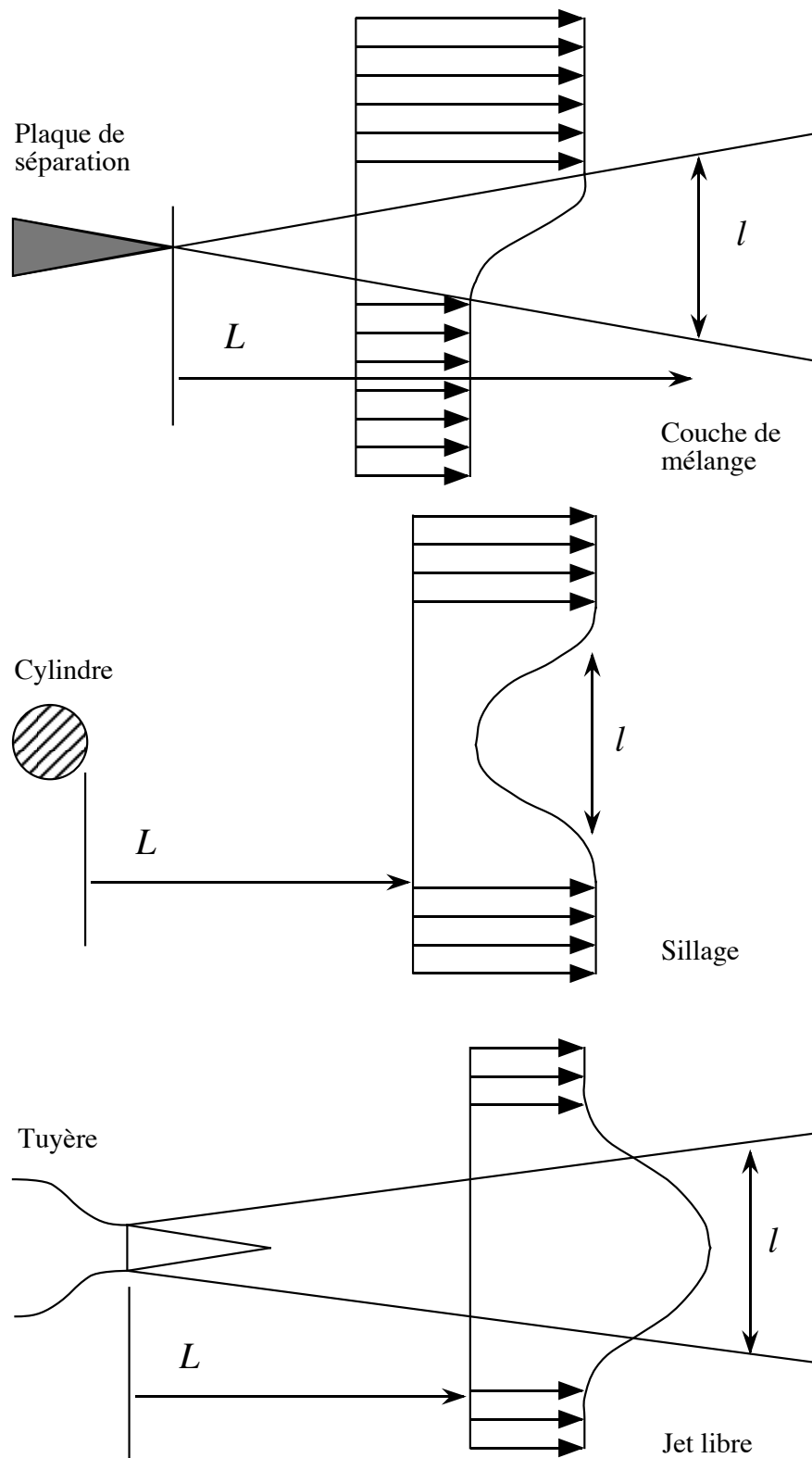


Figure 1 – Exemples d'écoulements cisailés libres.

I.17 Calcul de grandeurs d'arrêt dans une tuyère convergente-divergente

Trois sections de passage sont identifiées dans le système convergent-divergent présenté ci-dessous : une entrée (e), une sortie (s) et la section au col. L'écoulement est considéré stationnaire et uniforme dans chaque section. La tuyère est considérée dans un régime amorcée. L'écoulement est adiabatique et isentropique.

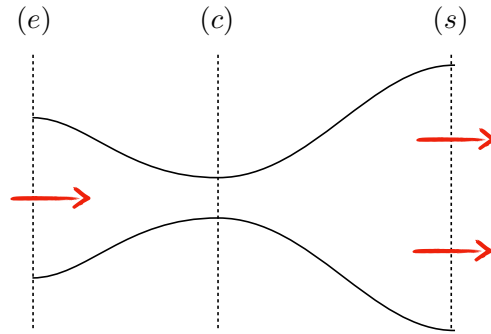


Figure 1 – Schéma du convergent-divergent

La section de passage au col est de surface $A_c = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. L'air est considéré avec $\gamma = 1.4$ et la constante des gaz parfaits $r = 287 \text{ J/kg/K}$. La température d'arrêt en entrée est $T_{ie} = 300 \text{ K}$ et l'écoulement en entrée correspond à un nombre de Mach $M_e = 0.4$. La pression d'arrêt isentropique est connue en sortie $p_{is} = 2 \text{ bar}$.

1. Déterminer la température T_e et la vitesse v_e en entrée.
2. De même au niveau du col, calculer les valeurs T_c et v_c .
3. Calculer les pressions p_e et p_c en entrée et au col, respectivement.
4. Déterminer le débit $\dot{m}$ passant dans le système.

Les conditions critiques (ρ^* , v^* , p^* , T^*) en un point dans l'écoulement sont celles obtenues si celui-ci était accéléré ou décéléré à la vitesse du son de manière adiabatique et réversible, isentropique donc. On a donc $M^* = 1$. On définit la section critique A^* comme la section de passage qui permet de faire passer le même débit $\dot{m}$ qu'au point considéré mais avec les conditions ρ^* , v^* , p^* , T^* .

5. Déterminer les conditions critiques p_e^* , v_e^* , ρ_e^* et A_e^* au niveau de la section d'entrée, et commenter les valeurs obtenues.

Nous verrons que le débit peut s'exprimer simplement à partir des grandeurs d'arrêt :

$$\dot{m} = \frac{p_i}{(\gamma r T_i)^{1/2}} \psi^* A^* \text{ avec } \psi^* \approx 0.81 \text{ pour } \gamma = 1.4$$

6. Vérifier que la formule au-dessus permet de bien retrouver le débit $\dot{m}$.

I.18 Etude d'une entrée d'air

Un diffuseur est utilisé en entrée des moteurs aéronautiques pour ralentir l'écoulement et opérer avec une vitesse réduite au sein des parties internes du moteur. Un tel diffuseur est représenté sur la figure 1 avec en amont un écoulement caractérisé par une vitesse $u_0 = 250$ m/s, pression $p_0 = 0.25$ bar, température $T_0 = 220$ K. Le diffuseur considéré est composé d'une section constante de surface $A_1 = 0.2$ m² où $u_1 = u_0$, $p_1 = p_0$, $T_1 = T_0$. Cette première partie du diffuseur est suivie en aval après une longueur $L = 20$ cm d'un divergent. La section de sortie du diffuseur est notée A_2 . L'écoulement est considéré stationnaire et adiabatique dans l'ensemble du problème. Les propriétés de l'air sont les suivantes : $\gamma = 1.4$, $r = 287$ J/kg/K, $\mu = 1.5 \times 10^{-5}$ kg/m/s.

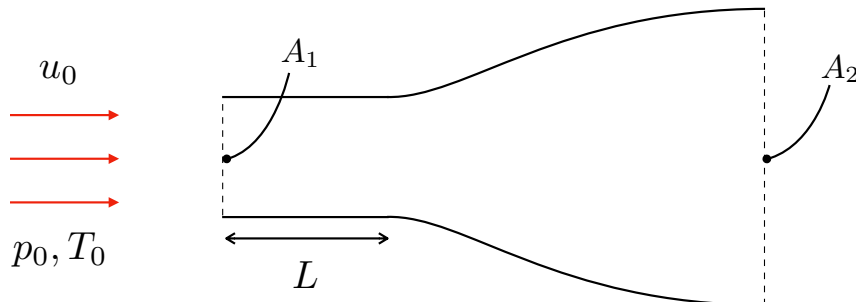


Figure 1 – Schéma du diffuseur

I. Écoulement réversible

Dans cette partie l'écoulement est considéré isentropique.

I.1 Déterminer les conditions en amont du système, M_0 , T_{i0} , p_{i0} , et le débit dans le diffuseur $\dot{m}$.

I.2 La section A_2 est déterminée telle que $M_2 = 0.5$. Calculer A_2 .

II. Couche limite et irréversibilités

La présence de couches limites doit en réalité être prise en compte pour concevoir l'entrée d'air.

II.1 Quelle est la nature de la couche limite au bout de la distance L depuis l'entrée dans le diffuseur.

II.2 Comment évolue la couche limite dans le divergent ?

Ces couches limites sont sources d'irréversibilités dans l'écoulement qui ne peut plus être considéré comme isentropique dans le diffuseur. Le niveau de pertes s'équilibre avec les pressions en amont et aval qui contrôlent le débit massique, et réciproquement. Un nouveau débit massique, plus faible, est alors obtenu : $\dot{m} = 15$ kg/s.

Le rendement isentropique d'un diffuseur est défini comme le rapport d'énergie cinétique entre la situation réelle et celle où la transformation serait isentropique :

$$\eta_d = \frac{\left(\frac{u_2^2}{2}\right)_{\text{réel}}}{\left(\frac{u_2^2}{2}\right)_{\text{isen}}}$$

On considèrera $\eta_d = 0.7$.

II. 3 Calcul la température d'arrêt T_{i2} en sortie du diffuseur.

II. 4 Déterminer les nouvelles valeurs en sortie T_2 , u_2 , M_2 , p_2 et p_{i2} .

II.5 Calculer la variation d'entropie $\Delta s = s_2 - s_0$.

I.19 Analyse d'un turboréacteur simple flux

Ce problème donne un aperçu du fonctionnement du moteur (turboréacteur) d'un avion à réaction à travers l'analyse simplifiée d'un modèle de moteur. Le qualificatif "simple flux" signifie que le flux d'air initial capté par le moteur parcourt, dans son intégralité, tous les éléments du turboréacteur. Il n'y a pas de scission du flux initial en deux flux aux trajets différents.

On considère un avion volant à une vitesse v_0 de 900 km/h, à une altitude de 9 000 m, les pression p_0 et température T_0 ambiantes étant respectivement 0.307 bar et 232 K. Ces conditions constituent celles de la phase de croisière d'un vol.

Le modèle

Le modèle adopté de turboréacteur est représenté sur la figure 1 par une coupe axiale. Ce propulseur est constitué de 5 éléments : un diffuseur, un compresseur, une chambre de combustion, une turbine et une tuyère. Chaque élément sera repéré par ses sections d'entrée et de sortie (figure 1). Les fonctions de ces éléments vont être exposées au cours de la description du trajet de l'air dans cette machine.

L'air à l'infini amont est ralenti dans le tube de courant prélevé par le moteur, puis dans le diffuseur jusqu'à ce que sa vitesse par rapport à l'avion (en sortie du diffuseur) devienne négligeable.

On admet que le compresseur permet de multiplier la pression statique par 10. On dit que le taux $\pi_c = p_2/p_1$ de compression du compresseur est de 10.

Dans une chambre de combustion, du kérosène est injecté puis mélangé à l'air. La combustion du mélange permet d'obtenir une température T_3 de 1200 K en sortie de la chambre.

Ce gaz est ensuite détendu dans les aubages d'une turbine qui ne sert qu'à entraîner le compresseur. La turbine et le compresseur possèdent le même arbre de rotation.

Puis il est éjecté dans l'atmosphère par l'intermédiaire d'une tuyère ; la section de sortie de la tuyère, section 5, sera appelée section d'éjection.

L'analyse

On ne rentrera pas dans le détail de l'histoire du gaz au cours de son trajet, on manipulera simplement les caractéristiques de l'écoulement dans les sections d'entrée et de sortie de chacun des éléments précédemment décrits. Dans ces sections, on considérera que l'écoulement est unidimensionnel pour le compresseur, la turbine et la chambre de combustion et quasi-unidimensionnel pour le diffuseur et la tuyère.

Pour parvenir à des résultats quantitatifs, on a besoin de s'appuyer sur des hypothèses supplémentaires :

(H₁) L'écoulement dans le diffuseur ainsi que celui dans la tuyère seront supposés suivre une évolution isentropique.

(H₂) La pression dans la section d'éjection est la pression ambiante $p_5 = p_0$.

(H₃) L'énergie cinétique du gaz est négligée dans les calculs relatifs à son évolution dans le compresseur, la turbine et la chambre de combustion.

(H₄) Les transformations dans le compresseur et la turbine sont considérées comme adiabatiques, les rendements isentropiques correspondant étant :

$$\eta_c = 0.88, \quad \eta_t = 0.91$$

La notion de rendement isentropique d'une compression ou d'une détente réelle est définie en annexe.

(H₅) Étant donné la grande dilution du combustible d'abord, puis des gaz brûlés ensuite dans l'air en excès et dans l'azote, les variations d'état chimique résultant de la combustion sont négligées en première approximation et le fluide sera constamment assimilé à de l'air pur. La constante de l'air r et le rapport γ des chaleurs massiques sont donnés par :

$$r = 287 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}, \quad \gamma = 1.4$$

De la même façon, le débit masse de kérosène injecté dans le moteur est négligé devant le débit d'air.

(H₆) La transformation dans la chambre de combustion est supposée isobare.

Dans l'analyse qui suit, on se placera dans un référentiel lié à l'avion ; l'axe du moteur est pris pour axe des abscisses.

1. Rappeler le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert, en régime permanent, unidimensionnel en entrée et en sortie dans le cas où le débit de matière entrant est égal au débit sortant. On exprimera ce bilan d'énergie par unité de masse. On négligera les variations d'énergie potentielle.

2. Dans cette question, on analysera le plus précisément possible l'évolution de l'écoulement dans chacun des éléments du turboréacteur à l'aide des descriptions données ci-dessous. On calculera les valeurs des pressions, températures et vitesses dans les différentes sections en s'appuyant sur le tableau 1.

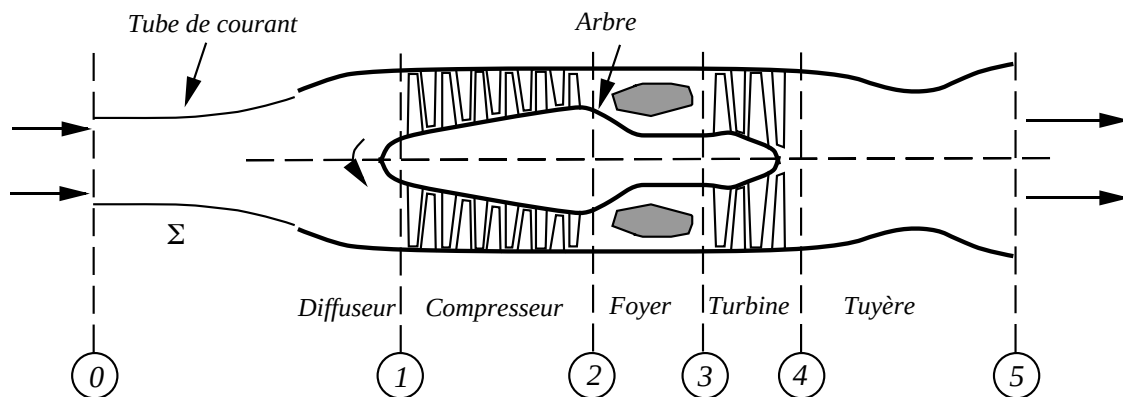
- (a) Déterminer les conditions d'arrêt à l'infini amont P_{i0} et T_{i0}
- (b) Analyser l'écoulement dans le diffuseur et calculer les valeurs des grandeurs dans la section 1.
- (c) Analyser l'écoulement dans le compresseur. Pour cela on pourra exprimer la température de sortie T_2 en fonction de la température d'entrée T_1 , du rapport de compression π_c et du rendement isentropique du compresseur η_c . Calculer les valeurs demandées dans la section 2.
- (d) Analyser l'écoulement dans la chambre de combustion et calculer les valeurs des grandeurs dans la section 3.
- (e) Analyser l'écoulement dans la turbine. Quelle relation énergétique déduit-on en supposant que la turbine entraîne (sans frottement sur les paliers) le compresseur ? On exprimera la pression de sortie de turbine p_4 en fonction de la pression d'entrée p_3 , du rendement isentropique η_t de la turbine et du rapport T_4/T_3 de la température de sortie à la température d'entrée de turbine. Calculer les valeurs des grandeurs dans la section 4.
- (e) Analyser l'écoulement dans la tuyère et calculer les valeurs des grandeurs dans la section 5

3. Déterminer le débit d'air nécessaire pour que le réacteur fournisse une poussée de 20 000 N.

Tableau 1 – Evolution des grandeurs dans les différents éléments du turboréacteur

Section	0	1	2	3	4	5
Pression (bar)	0.307					0.307
Température (K)	232			1200		
Pression d'arrêt (bar)						
Température d'arrêt (K)						
Vitesse (m s^{-1})		~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	

4. Justifier la forme donnée à la tuyère d'éjection (voir figure 1), calculer l'aire A_5 de sortie ainsi que la section minimale A_c .
5. Donner le sens de variation du nombre de Mach dans le diffuseur entre les sections A_0 et A_1 ($A_1 > A_0$). On abandonnera ici l'hypothèse selon laquelle la vitesse de l'air par rapport à l'avion devient négligeable en sortie du diffuseur. Calculer le nombre de Mach dans la section A_1 sachant que le rapport A_1/A_0 vaut 2.
6. Établir le bilan d'énergie du turboréacteur.

**Figure 1** – Représentation schématique d'un turboréacteur à simple flux.

Annexe : Rendement isentropique d'une compression et d'une détente réelles adiabatiques.

On considère un système thermodynamique passant d'un état 1 caractérisé par son entropie s_1 et son enthalpie h_1 à un état 2 caractérisé par son entropie s_2 et son enthalpie h_2 . La transformation considérée fait passer le système d'une pression p_1 à une pression p_2 . On compare cette transformation réelle à une transformation isentropique faisant passer le système de l'état 1 à un état où le système a la même pression finale p_2 . Ceci fixe l'état d'arrivée 2'. La figure 2 illustre le cas de la compression ($p_1 < p_2$) à gauche et le cas de la détente ($p_1 > p_2$) à droite.

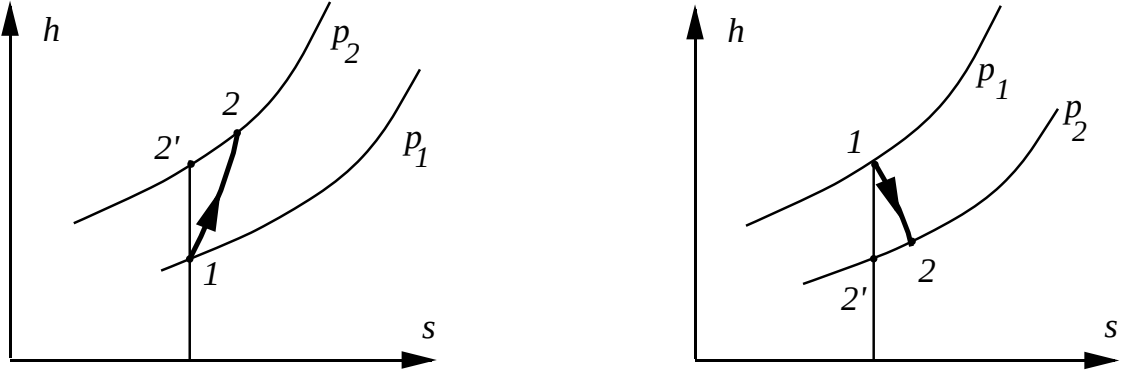


Figure 2 – Compression (à gauche) et détente (à droite).

Le long d'une isobare, l'enthalpie est une fonction croissante de l'entropie. Puisqu'une transformation réelle se produit dans le sens strictement croissant de l'entropie, on a donc toujours :

- pour une compression (figure 2, à gauche), l'accroissement d'enthalpie $h_2 - h_1$ pour la transformation réelle est toujours supérieur à celui de $h_{2'} - h_1$ que l'on obtiendrait pour une transformation isentropique.
- pour une détente (figure 2, à droite), la diminution d'enthalpie $h_1 - h_2$ pour la transformation réelle est toujours inférieure à celle $h_1 - h_{2'}$ que l'on obtiendrait pour une transformation isentropique.

Les transformations dans les compresseurs et les turbines peuvent en général être considérées adiabatiques ($q \simeq 0$). Le premier principe permet ainsi d'écrire :

- $(\Delta h_i)_{is} = w'_{th}$ est le travail théorique échangé si la transformation était isentropique
- $(\Delta h_i)_{réel} = w'_{réel}$ est le travail réel échangé au cours de la transformation

On définit donc un rendement isentropique pour chacune de ces transformations par :

$$\begin{aligned} \eta_c &= (h_{i2'} - h_{i1}) / (h_{i2} - h_{i1}) = (\Delta h_i)_{is} / (\Delta h_i)_{réel} && \text{pour une compression} \\ \eta_t &= (h_{i1} - h_{i2}) / (h_{i1} - h_{i2'}) = (|\Delta h_i|)_{réel} / (|\Delta h_i|)_{is} && \text{pour une détente} \end{aligned}$$

Dans de nombreuses machines, les énergies cinétiques dans l'état 1 et 2 sont négligeables devant les enthalpies $h_i = h + \frac{1}{2}v^2 \simeq h$. Si la transformation concerne de plus un gaz parfait à c_p constant, les définitions précédentes se simplifient :

$$\begin{aligned} \eta_c &= (h_{2'} - h_1) / (h_2 - h_1) = (T_{2'} - T_1) / (T_2 - T_1) && \text{pour une compression} \\ \eta_t &= (h_1 - h_2) / (h_1 - h_{2'}) = (T_1 - T_2) / (T_1 - T_{2'}) && \text{pour une détente} \end{aligned}$$

I.20 Etude d'un statoréacteur élémentaire

Un statoréacteur fonctionne fondamentalement suivant le même cycle thermodynamique que le turboréacteur. La différence vient du fait que, conçu pour n'être efficace qu'à Mach supersonique, il utilise les propriétés d'une onde de choc pour comprimer l'air entrant en lieu et place d'un compresseur. La turbine devient alors inutile, si bien que toutes les machines tournantes du turboréacteur se trouvent supprimées. D'où le nom de "statoréacteur".

Ce problème constitue une première analyse de l'écoulement à l'intérieur d'un statoréacteur très simplifié. Ce dernier est constitué d'un corps cylindrique (AB) de section $A_b=1 \text{ m}^2$ faisant office de chambre de combustion et d'une tuyère convergente-divergente (BCS) (figure 1). La section au col de la tuyère est désignée par A_c et la section de sortie a pour valeur $A_s=1 \text{ m}^2$.

Ce statoréacteur est testé à une altitude simulée de 10 000 m où l'on a mesuré la pression statique $p_a=0.3 \text{ bar}$ et la température $T_a=230 \text{ K}$. L'air sera considéré comme un gaz parfait et on prendra $r=287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $\gamma=1.4$.

Seul le cas où l'on n'injecte pas de kérosène est considéré. Il n'y a donc pas de combustion dans le système étudié ici. L'écoulement suit une évolution considérée comme isentropique au sein du statoréacteur depuis la section A_b jusqu'à la section de sortie S .

I. Étude à Mach $M_a = 3$

Dans ces conditions, on admettra qu'il se forme une onde de choc droite à l'entrée A de la chambre de combustion.

I.1 Remplir le tableau présenté figure 3 sachant que la section A_c a été choisie de façon à ce que la tuyère soit amorcée.

I.2 La section A_c étant fixée à la valeur que l'on vient d'obtenir, déterminer le débit masse $\dot{m}$ traversant le statoréacteur et calculer la force totale qui s'exerce sur le statoréacteur dans cette première configuration.

II. Étude à Mach $M_a = 0.9$

Dans ces conditions représentées sur la figure 2, il ne peut bien sûr pas y avoir d'onde de choc à l'entrée du statoréacteur. L'écoulement est subsonique dans la chambre de combustion. La tuyère conserve la section A_c calculée précédemment et on fera l'hypothèse qu'elle reste amorcée.

II.1 Montrer que le nombre de Mach M_b ne peut pas être égal à 0.9. Quelle valeur doit-il prendre pour permettre le fonctionnement du système ?

II.2 Remplir le tableau présenté figure 3 où la section A_c est cette fois fixée.

II.3 L'hypothèse d'une tuyère amorcée est-elle acceptable ?

II.4 Quelle est la force totale exercée sur le statoréacteur ?

II.5 Pour quel nombre de Mach de vol M_a apparaît-il une onde de choc droite à la sortie S du divergent de la tuyère ?

III. Étude à Mach $M_a = 0.3$

La tuyère conserve toujours la section A_c calculée précédemment.

II.1 Dans cette situation, la tuyère peut-elle être amorcée ?

II.2 Quel est le nombre de Mach M_a minimum qui assure l'amorçage de la tuyère?

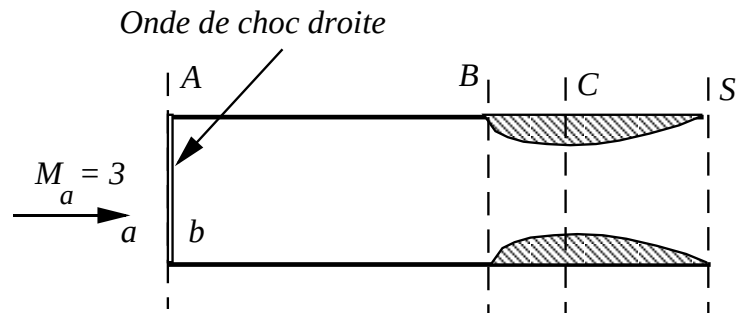


Figure 1 – Etude à à Mach $M_a = 3$

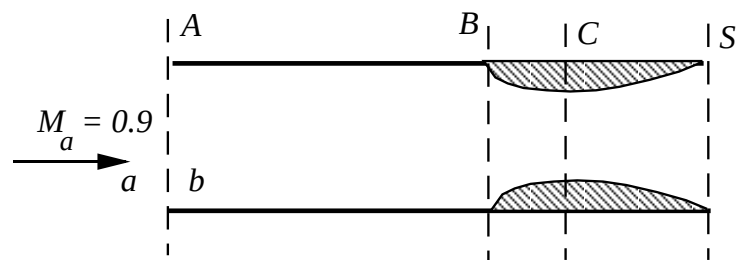


Figure 2 – Etude à Mach $M_a = 0.9$

	A		C	S
	a	b		
M				
p (bar)				
p_i (bar)				
T (K)				
T_i (K)				
v (m s ⁻¹)				
A (m ²)		1		1

Figure 3 – Tableau à compléter

I.21 Entrée d'air d'un jet supersonique

Les entrées d'air de jets supersoniques dévient en amont l'écoulement pour minimiser les pertes de charge issues des ondes de choc. La configuration étudiée, Figure 1 (a), possède une déviation 2D avec un angle de déflexion de 15° qui génère une onde de choc oblique. Plus loin, une onde de choc droite se forme à l'entrée du diffuseur du moteur.

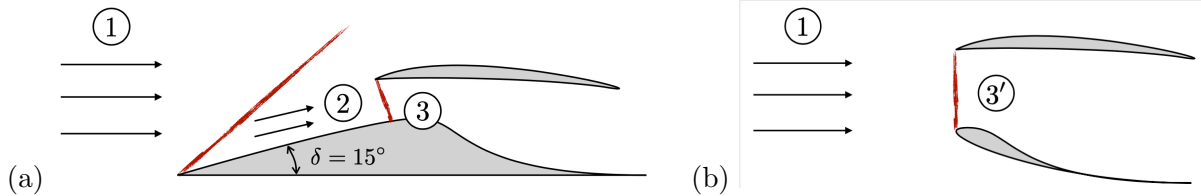


Figure 1 – Gauche : entrée d'air avec une pointe avant déviant l'écoulement ; Droite entrée d'air face à l'écoulement.

L'avion vole à une vitesse de vol correspondant au nombre de Mach $M_1 = 1.7$ et les conditions atmosphériques sont données par $p_1 = 0.115 \text{ atm}$ et $T_1 = -55^\circ\text{C}$. L'air est considéré comme un gaz parfait avec $r = 287 \text{ J/kg/K}$ et $\gamma = 1.4$.

1. Déterminer les conditions de pression et température, p_2 et T_2 , derrière l'onde de choc oblique, ainsi que p_3 et T_3 , après l'onde de choc droite.
2. Déterminer les conditions d'arrêt T_{i3} et p_{i3} en entrée du diffuseur, derrière le choc droit. Comparer et commenter ce résultat par rapport à celui correspondant à la configuration présentée à la figure 1 (b) où il n'y a pas de déviation préalable et une onde de choc droite fait directement face à l'écoulement.

I.22 Soufflerie à basse densité

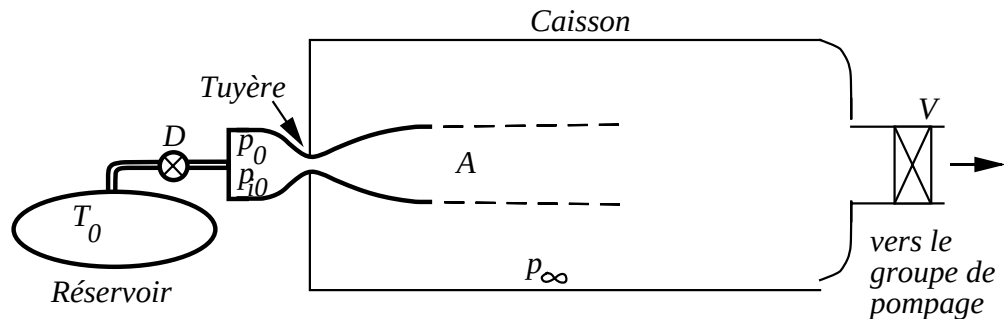


Figure 1 – Soufflerie à basse densité.

Une soufflerie destinée à l'étude d'écoulements supersoniques à basse densité fonctionne suivant le principe suivant (figure 1).

De l'azote prélevé dans un réservoir à température ambiante $T_0=290$ K est détendu de manière adiabatique dans un détendeur D jusqu'à une pression réglable p_0 . Le gaz est ensuite accéléré dans une tuyère à symétrie de révolution. A la sortie de la tuyère, le gaz débouche dans un grand caisson maintenu à une pression p_∞ par un groupe de pompage. Cette pression p_∞ peut être ajustée en agissant sur la vanne V .

Le fonctionnement normal de la soufflerie est obtenu lorsque la pression p_∞ dans le caisson est égale à la pression d'éjection de la tuyère : le régime de tuyère est dit **adapté**. Le caisson est alors traversé par un jet uniforme dont les conditions (désignées par l'indice A) sont les conditions d'éjection de la tuyère. Les maquettes sont placées dans ce jet. La tuyère est choisie en fonction des conditions à obtenir.

On se propose d'étudier l'écoulement dans le jet, dans les conditions suivantes :

$$\text{nombre de Mach } M_A = 2, \quad \text{nombre de Reynolds } Re_A = 100$$

Le nombre de Reynolds Re_A est calculé en prenant comme longueur de référence la longueur L des maquettes qui est fixée, compte-tenu des dimensions de la veine, à $L=0.04$ m.

L'azote sera considéré comme un gaz parfait à chaleurs spécifiques constantes de rapport γ égal à 1.4 et de masse molaire $M = 28.01$ g mol⁻¹. Le coefficient de viscosité de l'azote est donné en fonction de la température par la relation :

$$\mu = (1.66 \cdot 10^{-7})(T^{0.82})$$

où μ et T sont exprimés en unités du système international.

0. Question préliminaire

Calculer la constante r intervenant dans la loi d'état du gaz parfait pour du diazote N_2 . Comparer la valeur trouvée à celle de l'air.

I. Fonctionnement de la soufflerie

I.1 Calculer les grandeurs caractéristiques de l'écoulement dans le jet, dans les conditions normales de fonctionnement de la soufflerie : température d'arrêt T_{iA} , température T_A , vitesse v_A , coefficient de viscosité μ_A , densité ρ_A et pression p_A .

I.2 A quelles valeurs faut-il régler la pression du caisson p_∞ et la pression d'arrêt isentropique p_{i0} ?

I.3 Le diamètre D_c du col de la tuyère a pour valeur $D_c=0.18$ m. Calculer le débit masse $\dot{m}$ et le diamètre théorique D_e de la section de sortie de la tuyère. Le diamètre D_e sera calculé en négligeant l'épaisseur de la couche limite qui se développe sur la paroi de la tuyère.

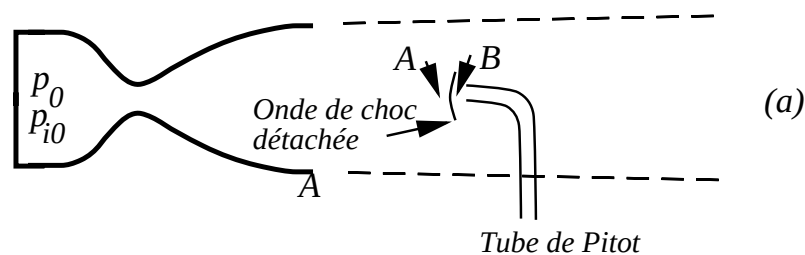
II. Exploration de l'écoulement

On explore l'écoulement au moyen d'un tube de Pitot. Cet obstacle crée une onde de choc détachée (figure 2) que l'on peut assimiler à une onde de choc droite au voisinage du tube. Les conditions de l'écoulement en aval de cette onde de choc droite sont désignées par l'indice B .

II.1 Que représente la pression p_T mesurée par le tube ? Calculer p_T lorsque la soufflerie fonctionne dans les conditions normales.

II.2 Calculer les grandeurs caractéristiques de l'écoulement en aval de l'onde de choc :

pression p_B , température T_B , vitesse v_B



p_A	p_B
T_A	T_B
v_A	v_B
M_A	M_B

Figure 2 – L'écoulement est exploré au moyen d'un tube Pitot. (a) Structure de l'écoulement au voisinage du tube. (b) Schématisation de l'écoulement à l'aide d'une onde de choc droite.

III. Régime d'écoulement en fonction de p_∞

Les parties précédentes ont considéré un régime de tuyère adaptée ($p_A = p_\infty$). On varie maintenant la pression p_∞ à l'aide de la vanne de régulation.

III.1 Pour quelle pression p_∞ une onde de choc droite se place au niveau de la section de sortie A_e ?

III.2 Pour $p_\infty = 6$ Pa, quel régime d'écoulement est obtenu en sortie de la tuyère ? Déterminer les caractéristiques de l'écoulement juste après la sortie.

III.3 Pour $p_\infty = 13$ Pa, quel régime d'écoulement est obtenu ?

III.4 A partir de quelle pression p_∞ , la tuyère n'est plus amorcée ?

IV. Discussion des hypothèses

On revient au cas de la tuyère adaptée ($p_A = p_\infty$) étudié dans les parties **II** et **I**.

IV.1 En réalité, pour tenir compte de la couche limite qui se développe sur les parois de la tuyère, le diamètre de la section de sortie de la tuyère vaut $D_g = 0.29$ m. Calculer l'épaisseur de déplacement δ_* dans la section de sortie de la tuyère et commenter le résultat. On pourra admettre que la couche limite a une épaisseur négligeable au col.

IV.2 L'épaisseur d'une onde de choc est égale environ à 4λ , où λ désigne le libre parcours moyen du gaz dans les conditions régnant en amont de l'onde de choc. Sachant que le libre parcours moyen λ_S dans les conditions standard de température et de pression ($T_S = 298.15$ K, $p_S = 101\,325$ Pa) est égal pour l'azote à $8 \cdot 10^{-8}$ m, calculer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'onde de choc droite produite par le tube de Pitot. Commenter le résultat.

I.23 Une installation expérimentale pour la combustion cryotechnique

NB Les principales données numériques sont rassemblées à la page 5.

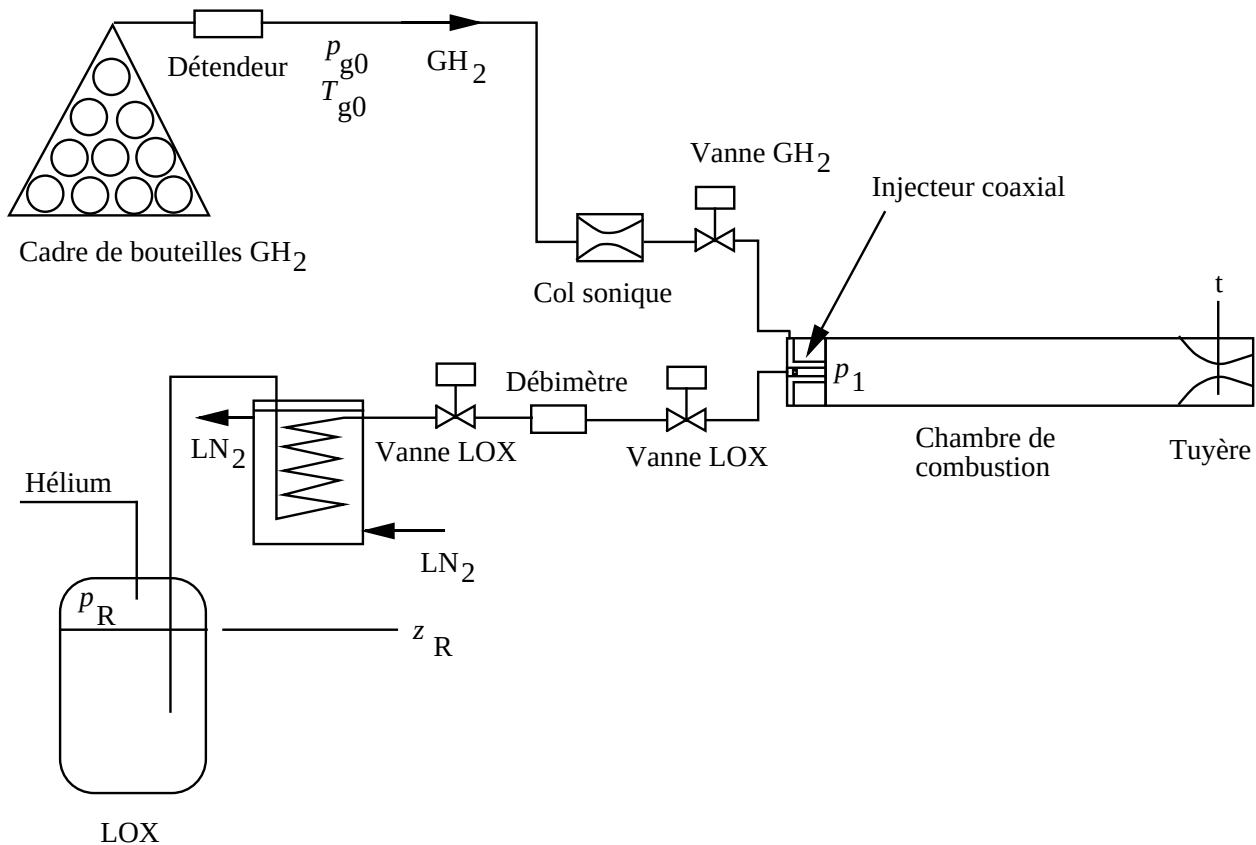


Figure 1 – Vue d’ensemble de l’installation expérimentale pour la combustion cryotechnique.

On propose d’étudier dans ce problème, quelques éléments d’une installation expérimentale pour la combustion cryotechnique. L’installation est représentée à la Figure ?? . Elle comporte :

- Une ligne d’alimentation en oxygène liquide (LOX). L’oxygène liquide sera désigné dans toute la suite par l’indice l .
- Une ligne d’alimentation en hydrogène gazeux (GH_2). L’hydrogène gazeux sera désigné dans toute la suite par l’indice g .
- Une chambre de combustion rectangulaire. La section de la chambre est carrée (coté $a = 5$ cm). La longueur de la chambre est $L = 45$ cm. La chambre comporte des hublots latéraux transparents permettant l’observation directe de la zone de flamme.
- Une tuyère convergente-divergente assurant l’éjection des gaz issus de la chambre de combustion.

La pression qui règne à l’extérieur de la chambre est $p_a = 1$ bar. L’oxygène liquide et l’hydrogène gazeux sont injectés dans la chambre par le biais d’un injecteur coaxial représenté schématiquement à la Figure 2. L’oxygène liquide s’écoule dans le tube central de cet élément appelé “Pitot-LOX”. Le diamètre de sortie du Pitot-LOX est $D_l = 5$ mm. L’hydrogène gazeux passe dans le conduit annulaire de diamètre externe $D_{ge} = 12$ mm et de diamètre interne $D_{gi} = 5.6$ mm.

La ligne d’alimentation en oxygène liquide comporte un réservoir de 180 l. Ce réservoir est pressurisé par de l’hélium gazeux qui n’est pas soluble dans l’oxygène liquide et ne pollue pas ce dernier.

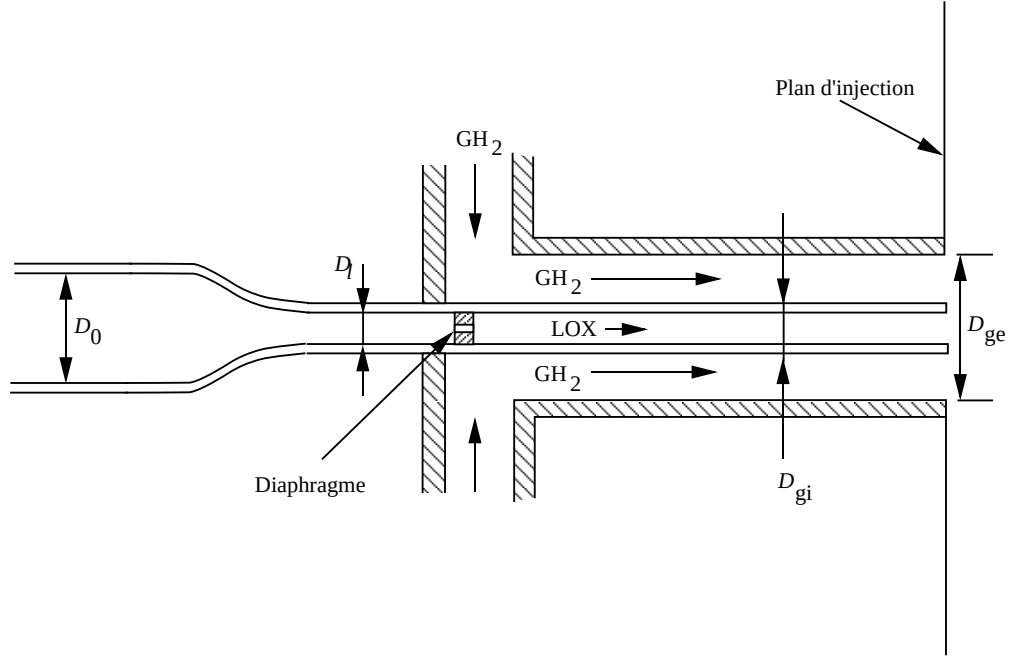


Figure 2 – Vue de détail de l'injecteur coaxial.

L'oxygène liquide passe d'abord dans un échangeur de chaleur alimenté en azote liquide (LN2). La température du LOX en sortie de cet élément est $T_{l0} = 80$ K. Le refroidissement du LOX permet d'éviter la cavitation de l'écoulement dans la ligne. Ce phénomène apparaît lorsque la pression locale dans l'écoulement s'approche de la pression de vapeur saturante correspondant à la température locale du fluide. La pression de vapeur saturante pour $T_{l0} = 80$ K est $p_v = 0.30$ bar (cette donnée ne sera pas utilisée dans ce problème).

L'oxygène liquide passe ensuite dans une ligne de section constante de diamètre $D_{l0} = 10$ mm. On trouve sur cette ligne un débitmètre et plusieurs électrovannes. La ligne d'alimentation est raccordée au tube d'injection par une section profilée. Le tube d'injection de diamètre $D_l = 5$ mm comporte un trou calibré de diamètre d_p . Ce diaphragme a pour objectif d'assurer une perte de charge suffisante pour découpler le comportement dynamique de la chambre de la réponse dynamique de la ligne d'alimentation. On évite ainsi des comportements oscillatoires de l'ensemble. On considère en général que le découplage est réalisé si la perte de charge Δp est au moins égale à 20% de la pression qui règne dans la chambre de combustion.

L'hydrogène gazeux est stocké dans deux cadres comportant un total de 28 bouteilles sous une pression initiale de 200 bars. L'hydrogène passe dans un détendeur qui ramène sa pression à une valeur constante de $p_{g0} = 50$ bar. La ligne d'hydrogène a un diamètre suffisamment grand pour que l'on puisse considérer que la pression d'arrêt en aval du détendeur est constante et égale à 50 bars jusqu'au col sonique placé sur cette ligne. La température de l'hydrogène est fixée à la température ambiante $T_{g0} = 290$ K. Comme la vitesse dans la ligne est très faible on pourra assimiler la température d'arrêt à la température ambiante $T_{ig} = T_{g0} = 290$ K. Le col sonique permet de fixer le débit masse d'hydrogène. En aval du col sonique, on trouve un ensemble d'ondes de choc (qui ne seront pas calculés ici) et l'écoulement redevient subsonique jusqu'à l'injecteur.

Le point de fonctionnement nominal de l'installation (désigné dans toute la suite par "point C") correspond à un débit masse d'oxygène liquide $\dot{m}_l = 50$ g s⁻¹ et un débit masse d'hydrogène gazeux

$\dot{m}_g = 15.3 \text{ g s}^{-1}$. On va étudier successivement la ligne d'oxygène, la ligne d'hydrogène, la chambre de combustion et la tuyère.

Pour simplifier l'analyse on fera les hypothèses suivantes :

- Les pertes de charge dans la ligne d'oxygène sont uniquement associées au frottement dans la ligne et au diaphragme.
- Les lignes d'alimentation, le débitmètre, le col sonique, l'injecteur sont adiabatiques.
- Tous les gaz sont parfaits et leur rapport γ est constant et égal à 1.4.
- L'écoulement est unidimensionnel dans les lignes d'alimentation, en sortie de chambre de combustion et dans la tuyère d'éjection.

I. Ligne d'oxygène

La pression dans la chambre de combustion au niveau du plan d'injection est $p_1 = 10 \text{ bar}$.

(1) Déterminer la vitesse d'injection de l'oxygène liquide (la vitesse dans la section de sortie du Pitot-LOX). Cette vitesse sera désignée par v_i . Calculer la vitesse v_{l0} dans la ligne d'alimentation.

(2) L'écoulement dans la ligne d'alimentation est-il laminaire ou turbulent ?

(3) La ligne d'alimentation LOX a une longueur $l = 40 \text{ m}$, son diamètre $D_{l0} = 10 \text{ mm}$ et sa rugosité relative est $3 \cdot 10^{-2}$. Evaluer la perte de charge dans cette ligne. On donnera cette perte de charge en J kg^{-1} puis en Pascal.

(4) La perte de charge dans le diaphragme peut être estimée à l'aide d'une expression empirique de la forme :

$$e_s = \left(\frac{1}{2}\right) k v_l^2$$

avec $k = 2.02/(\beta)^2$ où β désigne le rapport de la section de l'orifice dans le diaphragme à la section du tube contenant le diaphragme : $\beta = A_p/A_l$. Quelle valeur doit on adopter pour le diamètre d_p pour obtenir la perte de charge permettant le découplage de l'alimentation et de la chambre ?

(5) Quelle pression doit on donner à l'hélium pour assurer l'alimentation de l'injecteur ? La surface de l'oxygène liquide dans le réservoir se trouve à 5 m en dessous de l'axe d'injection (l'axe de la chambre).

II. Ligne d'hydrogène

Le volume total des bouteilles d'hydrogène est de 2.5 m^3 . L'hydrogène est stocké sous une pression de 200 bars à une température $T_g = 290 \text{ K}$.

(1) Calculer la constante r_g de l'hydrogène puis déterminer c_{pg} . Quelle est la masse totale d'hydrogène disponible dans le réservoir ?

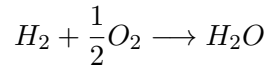
(2) Lorsque la pression dans le réservoir descend en dessous de 60 bars, l'hydrogène n'est plus utilisable car le détendeur ne peut plus assurer une pression fixe de 50 bars en amont du col sonique. Quelle est la masse d'hydrogène effectivement disponible pour les essais ? Quelle est la durée totale d'essai correspondante ?

(3) Le col sonique permet de fixer le débit masse à la valeur nominale souhaitée. Calculer la section A_c du col sonique et le diamètre d_c permettant d'obtenir les conditions du point C.

(4) La pression d'éjection de l'hydrogène est $p_g = p_1 = 10$ bar. Quelle est la température d'arrêt de l'hydrogène dans la section d'éjection ? Calculer la vitesse d'éjection de l'hydrogène v_g . Déterminer T_g et ρ_g .

III. Chambre de combustion

On supposera que l'hydrogène et l'oxygène réagissent pour donner de l'eau :



Cette réaction indique que 1 g d'hydrogène et $s = 8$ g d'oxygène donnent $1 + s = 9$ g d'eau (ici s est le rapport stoechiométrique massique). On supposera que cette réaction est totale. Comme l'hydrogène est en excès, tout l'oxygène réagit dans la chambre mais il reste de l'hydrogène. La chaleur dégagée par la combustion de 1 kg d'hydrogène sera prise égale à $q = 10^8$ J kg⁻¹ (en réalité la chaleur dégagée est plus importante mais la valeur retenue permet d'éviter de prendre en compte la variation de c_p avec la température). En sortie de chambre, les gaz sont parfaitement mélangés et on peut considérer que l'écoulement est unidimensionnel.

(1) Calculer les débits masse d'hydrogène et d'eau en sortie de chambre ($\dot{m}_{H_2}$ et $\dot{m}_{H_2O}$). Déterminer les fractions massiques d'hydrogène et d'eau dans cette section (Y_{H_2} et Y_{H_2O}). Calculer la masse molaire du mélange dans la section de sortie et déduire la constante r et la chaleur massique c_p de ce mélange.

(2) Calculer la température d'arrêt en sortie de chambre. On pourra négliger dans ce calcul l'enthalpie associée à l'oxygène liquide ainsi que la chaleur latente de vaporisation du LOX.

(3) La vitesse des gaz v_2 dans la section de sortie n'est pas très grande. La pression p_2 qui régnait dans la section de sortie est alors pratiquement égale à la pression qui régnait dans le plan d'injection $p_1 = 10$ bars. À l'aide d'approximations justifiées, estimer la pression p_2 dans la section de sortie de la chambre et le nombre de Mach correspondant. Estimer la pression d'arrêt p_{i2} dans cette section.

IV. Tuyère

On fait fonctionner la chambre de combustion dans les conditions du point C.

(1) Déterminer la section du col de la tuyère A_t qui permet d'assurer ce point de fonctionnement et le diamètre d_t correspondant.

(2) La section d'éjection de la tuyère possède un diamètre $d_e = 2$ cm. Déterminer les conditions de l'écoulement dans cette section (nombre de Mach M_e , pression p_e , température T_e , vitesse v_e).

(3) En réalité une couche limite s'établit dans la tuyère.

L'épaisseur de déplacement au niveau du col est $\delta_* = 0.5$ mm. Quel diamètre d'_t faut-il donner au col de la tuyère pour assurer le fonctionnement au point C ?

Données

- Masse volumique du LOX $\rho_l = 1140 \text{ kg m}^{-3}$
- Viscosité du LOX $\mu = 1.89 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
- Rapport des chaleurs spécifiques (pour les gaz) $\gamma = 1.4$
- Côté de la chambre $a = 5 \text{ cm}$
- Longueur de la chambre $L = 45 \text{ cm}$
- Diamètre de sortie du Pitot-LOX $D_l = 5 \text{ mm}$
- Diamètre de la ligne d'alimentation LOX $D_{l0} = 10 \text{ mm}$
- Diamètre externe du conduit annulaire GH_2 $D_{ge} = 12 \text{ mm}$
- Diamètre interne du conduit annulaire GH_2 $D_{gi} = 5.6 \text{ mm}$
- Pression ambiante $p_a = 1 \text{ bar}$
- Pression du GH_2 en aval du détendeur $p_{g0} = 50 \text{ bar}$
- Température du GH_2 en aval du détendeur $T_{g0} = 290 \text{ K}$
- Température du LOX en sortie de l'échangeur $T_{l0} = 80 \text{ K}$
- Débit masse d'oxygène liquide au point C $\dot{m}_l = 50 \text{ g s}^{-1}$
- Débit masse d'hydrogène gazeux au point C $\dot{m}_g = 15.3 \text{ g s}^{-1}$
- Pression dans la chambre de combustion au niveau du plan d'injection $p_1 = 10 \text{ bar}$
- La distance verticale entre l'axe de la chambre et la surface du LOX est : $z_C - z_R = 5 \text{ m}$
- Chaleur dégagée par la combustion de 1 kg d'hydrogène $q = 10^8 \text{ J kg}^{-1}$

I.24 Etudes de quelques aspects de l'A380

L'A380 a effectué son premier vol l'année dernière. La conception, le développement et la fabrication de ce véhicule ont constitué des défis technologiques et industriels considérables. On propose d'étudier dans ce problème quelques aspects de ce projet. Certaines valeurs numériques données dans cette étude sont indicatives et ne décrivent pas de façon exacte les caractéristiques du véhicule. On envisage dans la première partie les caractéristiques d'un des points de vol au cours de la croisière. On traite dans la deuxième partie de la transposition de mesures réalisées en soufflerie. L'objectif sera d'obtenir, à partir des essais sur maquette, les valeurs sur l'avion à l'échelle 1. La troisième partie du problème porte sur la propulsion. On propose d'estimer quelques unes des caractéristiques des moteurs à double flux qui équipent le véhicule. La quatrième partie est consacrée à une analyse de l'effet de flèche sur l'aérodynamique de la voilure et l'intensité du choc qui se forme sur l'extrados. Il s'agit de montrer que la flèche permet de réduire la perte d'efficacité aérodynamique de la voilure.

- On envisage dans tout le problème un point de vol unique du début de la croisière.
- L'air sera traité comme un gaz parfait avec $r = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $\gamma = 1.4$. On rappelle que le facteur $\psi_* = 0.810$ pour cette valeur de γ . On prendra $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ pour l'accélération de la pesanteur. On prendra pour la viscosité de l'air une expression de la forme :

$$\mu = \mu_r \left(\frac{T}{T_r} \right)^{3/4} \quad (2)$$

avec $\mu_r = 1.71 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $T_r = 273 \text{ K}$. Dans ces expressions l'indice r désigne les conditions de référence.

Elément	Longueur de référence (m)	Surface de référence (m ²)	Surface mouillée (m ²)
Fuselage	72.7	845	1400
Voilure	10.7		1700
Empennage	7.3		410
Dérive	8.3		230

Tableau 1 – Caractéristiques géométriques principales.

- Les caractéristiques géométriques principales sont rassemblées au tableau 1. La longueur du fuselage est $l = 72.7 \text{ m}$. La surface mouillée du fuselage est $S_F = 1400 \text{ m}^2$. La surface de voilure de l'A380 est $S = 845 \text{ m}^2$ (il s'agit de la surface projetée sur un plan horizontal). On prendra cette surface S comme surface de référence dans les calculs de coefficients aérodynamiques. Ainsi, par exemple, les coefficients de portance et de traînée seront pris sous la forme :

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2 S} \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2 S} \quad (3)$$

où L et D sont respectivement les portance et traînée du véhicule.

L'envergure de la voilure est $b = 79.6 \text{ m}$. On prendra comme surface mouillée de la voilure $S_V = 1700 \text{ m}^2$. L'angle de flèche de la voilure est de $\Lambda = 34^\circ$. On prendra comme longueur de référence pour le calcul des nombres de Reynolds les cordes moyennes données au tableau 1. Un paramètre important qui définit le rendement aérodynamique de la voilure est l'allongement ("Aspect ratio"), défini comme le rapport du carré de l'envergure à la surface de la voilure :

$$A = \frac{b^2}{S} \quad (4)$$

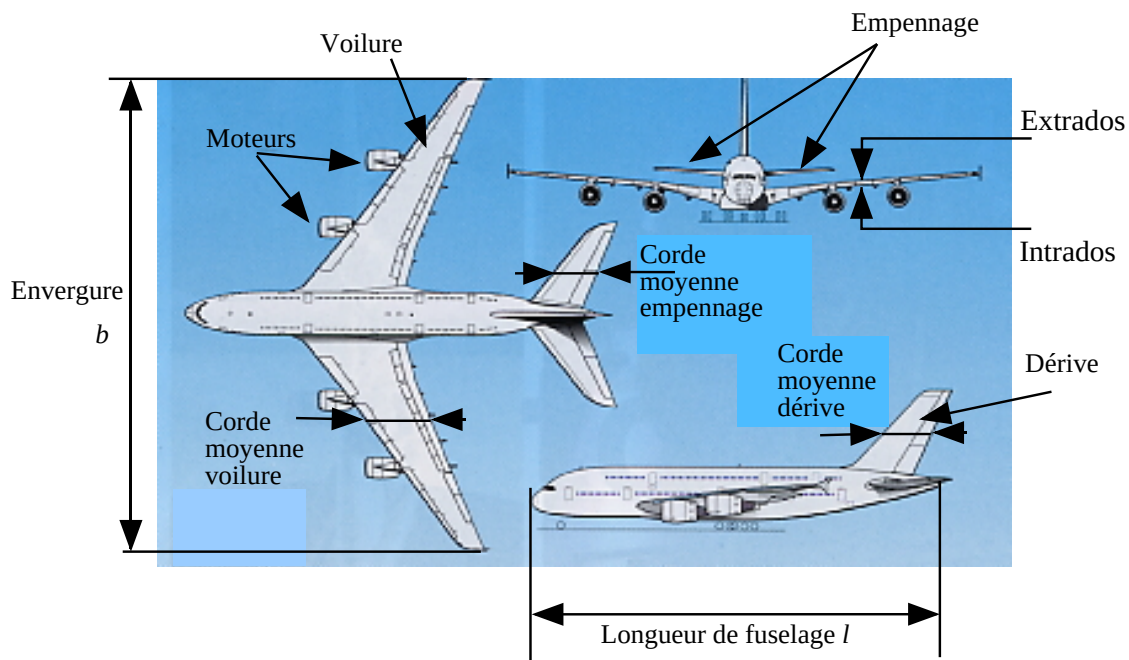


Figure 1 – Vue de dessus de l'A380

I. Caractéristiques aérodynamiques du vol en croisière

L'altitude de croisière est 35000 ft (10668 m). A cette altitude, les pression et température sont $p_0 = 2.416 \cdot 10^4$ Pa et $T_0 = 219$ K. Le nombre de Mach de vol est $M_0 = 0.85$. Au point de vol considéré la masse totale du véhicule est $m = 540$ T. En vol de croisière et à vitesse stabilisée (constante), la portance est égale au poids du véhicule ($L = W$) et la poussée des moteurs équilibre la traînée ($T(4 \text{ moteurs}) = D$).

I.1 Déterminer la masse volumique ρ_0 et la viscosité de l'air μ_0 à l'altitude de croisière puis calculer la vitesse de l'avion U . Déterminer le paramètre $q = (1/2)\rho_0 U^2$ souvent appelé "pression dynamique". Calculer le coefficient de portance C_L dans les conditions de vol stabilisé.

I.2 Calculer les nombres de Reynolds de voilure, du fuselage de l'empennage et de la dérive Re_V , Re_F , Re_E , Re_D . On placera tous les résultats de calcul dans le tableau 2 que l'on remettra en même temps que la copie. L'écoulement est turbulent sur la majeure partie de la voilure et du fuselage. Dans ces conditions on peut estimer le coefficient de frottement global de chacun des éléments qui composent l'avion au moyen des formules de Prandtl et de Prandtl-Schlichting :

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} \text{ pour } Re < 10^7 \text{ Prandtl}$$

$$C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2.584}} \text{ pour } Re > 10^7 \text{ Prandtl-Schlichting} \quad (5)$$

Le coefficient de frottement de chaque élément est défini par

$$C_f = \frac{D_i}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2 S_i} \quad (6)$$

où D_i représente la traînée de frottement sur l'élément i et S_i représente la surface mouillée de cet élément. Déterminer les coefficients de frottement de la voilure $C_f(V)$, du fuselage $C_f(F)$, de

l'empennage $C_f(E)$ et de la dérive $C_f(D)$ puis calculer les traînées de frottement de ces éléments D_V , D_F , D_E et D_D . En déduire une estimation de la traînée de frottement totale D_f .

En pratique, la traînée est supérieure à la traînée de frottement du fait de traînées additionnelles et des interférences aérodynamiques. En première approximation on peut considérer que la traînée de frottement est augmenté de 30 % et on peut donc déduire la traînée par la règle simple suivante $D_0 = 1.30D_f$. Déterminer le coefficient de traînée C_{D0} .

Elément	Longueur de référence (m)	Surface mouillée (m ²)	Nombre de Reynolds (Re)	Coefficient de frott. C_f	Traînée (N)
Fuselage	72.7	1400			
Voilure	10.7	1700			
Empennage	7.3	410			
Dérive	8.3	230			

Tableau 2 – Les traînées de frottement des éléments principaux.

I.3 Une autre composante de traînée doit être prise en compte. Il s'agit de la traînée induite associée à la portance. Le coefficient de traînée peut être représenté comme une somme de deux termes :

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} \quad (7)$$

où C_{D0} correspond à toutes les composantes de traînée qui ne sont pas associées à la portance et C_{Di} désigne le coefficient de traînée induite associée à la portance. On peut montrer que ce coefficient varie comme le carré du coefficient de portance et qu'il est inversement proportionnel à l'allongement :

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi e A} \quad (8)$$

où A désigne l'allongement de la voilure et e est un paramètre empirique qui décrit l'efficacité de voilure. On prendra $e = 0.81$ dans les applications. Déterminer le coefficient C_D puis calculer la traînée totale de l'avion D dans les conditions définies plus haut pour la croisière.

II. Transposition des mesures réalisées en soufflerie

Pour vérifier les estimations réalisées plus haut on se propose de transposer des mesures effectuées en soufflerie sur une maquette à l'échelle 1/30. Les dimensions géométriques de la maquette seront repérées par un prime. Ainsi par exemple l' désigne la longueur du fuselage de la maquette, S' représente la surface de référence sur la maquette. La soufflerie peut être pressurisée et la température des gaz peut être abaissée au moyen d'une injection d'azote liquide. Les dimensions de la soufflerie ne permettent pas d'utiliser une maquette complète et on utilise pour cette raison une demi-maquette.

Dans l'analyse qui va suivre on suppose que la soufflerie fonctionne avec de l'air. On choisit de ramener la température de l'air en amont de la maquette à une valeur de $T'_0 = 120$ K. Bien que la température soit proche des conditions de liquéfaction, on suppose pour simplifier que l'air se comporte comme un gaz parfait.

II.1 Quelles sont les conditions qui permettent d'assurer la similitude dynamique entre la maquette et l'avion à l'échelle 1 ? Expliquer pourquoi il est intéressant d'augmenter la pression et d'abaisser la température dans la veine d'essai.

II.2 Déterminer la vitesse d'écoulement U' en amont de la maquette placée dans la soufflerie.

II.3 Calculer la pression dans la veine d'essai p'_0 et la pression d'arrêt isentropique p'_{i0} qu'il faut assurer pour générer l'écoulement.

II.4 On mesure une traînée de 2436 N sur la demi-maquette soit $D' = 4872$ N pour une maquette complète. Déduire de cette mesure la traînée sur l'avion à l'échelle 1 et comparer ce résultat à l'estimation obtenue plus haut.

III. Propulsion

L'A380 est propulsé par 4 moteurs à double flux. Les deux types de moteurs proposés sont le Trent 977 développé par Rolls-Royce et le GP7277 développé par General Electric, Pratt et Whitney et Snecma. Ces deux types de moteurs doivent pouvoir fournir une poussée maximum de 76500 lbf ($\simeq 340$ kN). Ce chiffre est donné à titre purement indicatif et ne sera pas utilisé dans les calculs. La géométrie générale d'un des moteurs est représentée à la figure 2. Chaque moteur est placé dans une nacelle dont la forme est schématisée à la figure 3.

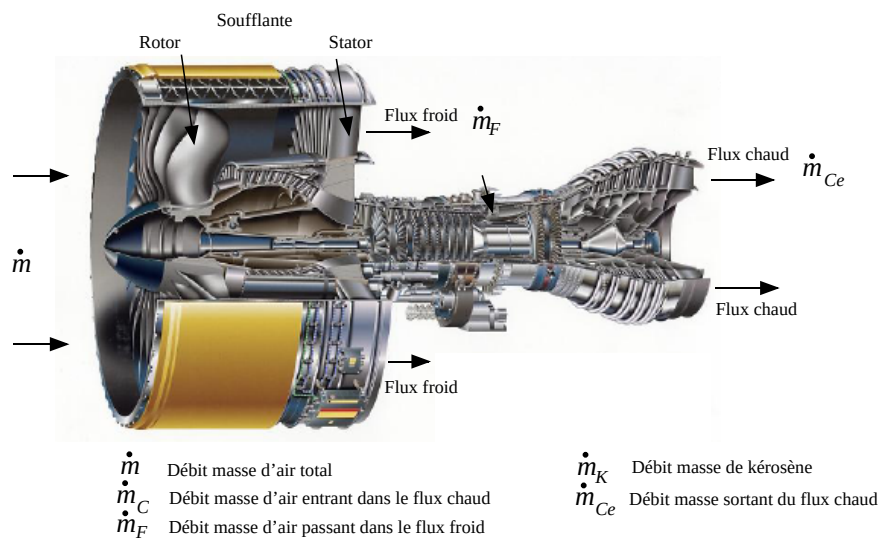


Figure 2 – Vue globale d'un des moteurs

- La section d'entrée de la nacelle a une surface $A_1 = 6.605 \text{ m}^2$ correspondant à un diamètre $d_1 = 2.90 \text{ m}$. Les sections d'entrée et de la soufflante ont la même valeur $A_1 = A_2 = 6.605 \text{ m}^2$ (le diamètre de la soufflante est $d_2 = 2.95 \text{ m}$ et le diamètre du moyeu est $d_m = 0.54 \text{ m}$).
- On désigne par $\dot{m}_F$ le débit d'air qui passe dans le flux externe (flux froid) et par $\dot{m}_C$ le débit d'air qui passe dans la partie chaude du moteur (flux chaud). On appelle taux de dilution le rapport des débits masse d'air entrant dans le moteur et passant dans les parties froides et chaudes respectivement

$$\alpha = \frac{\dot{m}_F}{\dot{m}_C}$$

- Le débit sortant de la partie chaude est $\dot{m}_{Ce} = \dot{m}_C + \dot{m}_K$ où $\dot{m}_K$ représente le débit masse de kérosène. On appelle rapport de mélange, le rapport des débits masse de kérosène et d'air

dans la partie chaude du moteur

$$f = \frac{\dot{m}_K}{\dot{m}_C}$$

Cette quantité est petite devant l'unité $f \ll 1$.

- Les pressions qui règnent dans les sections d'éjection des flux froid p_4 et chaud p_{Ce} sont égales à la pression ambiante $p_4 = p_{Ce} = p_0$. La température des gaz issus du flux froid est égale à la température qui régnait en amont : $T_4 = 219$ K.

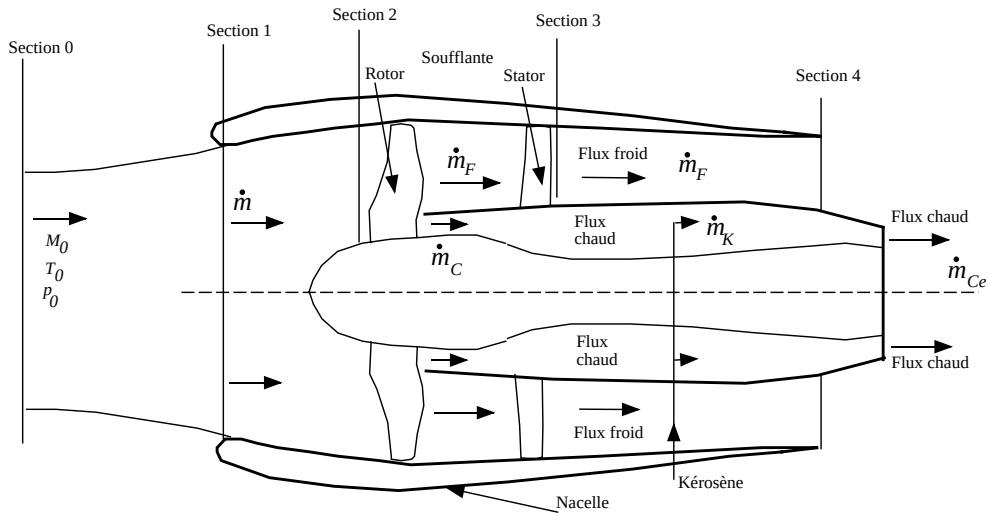


Figure 3 – Vue schématique du moteur placé dans sa nacelle et définition des sections. Le nombre de Mach dans la section 0 est $M_0 = 0.85$. Dans la section 1, ce nombre est $M_1 = 0.58$.

Pour assurer le vol stabilisé, chaque moteur doit fournir dans ces conditions une poussée $\mathcal{T} = 76000$ N. Le taux de dilution du moteur en croisière est $\alpha = 8.7$ et le rapport de mélange en croisière est $f = 0.023$.

On considère l'écoulement dans le moteur et on va uniquement analyser le flux froid. Les sections 0, 1, 2, 3 et 4 désignent respectivement les conditions à l'infini amont, la section d'entrée de la nacelle, la section située immédiatement en amont de la soufflante, la section située immédiatement en aval de la soufflante, la section d'éjection du flux froid. Entre les sections 0 et 2 et entre les sections 3 et 4 on pourra supposer que l'écoulement est isentropique.

III.1 Le nombre de Mach dans la section d'entrée de la nacelle est $M_1 = 0.58$. Calculer toutes les caractéristiques de l'écoulement dans les sections (0), (1) et (2) ; remplir les colonnes correspondantes du tableau 4. Déterminer le débit masse d'air capté par le moteur $\dot{m}$, et les débits masse $\dot{m}_F$, $\dot{m}_C$ et $\dot{m}_{Ce}$. On portera les résultats de calcul au tableau 3 que l'on rendra avec la copie.

III.2 La vitesse de sortie des gaz issus de la partie chaude est $v_{Ce} = 440.6$ m s⁻¹. Déterminer la poussée correspondant à cette partie du moteur.

III.3 Calculer la vitesse v_4 qu'il faut donner aux gaz éjectés par la soufflante (du côté du flux froid) pour obtenir la poussée visée. Déterminer M_4 puis la valeur de la surface d'éjection du flux froid A_4 .

III.4 La section (3) a une surface $A_3 = 3.819$ m². Déterminer les conditions dans la section (3) puis calculer le rapport p_3/p_2 . Déterminer les conditions de l'écoulement dans toutes les sections. Compléter le tableau 4. On déterminera les pressions, pressions d'arrêt isentropique, températures, températures d'arrêt, les nombres de Mach et les vitesses.

Débit masse d'air total $\dot{m}$	Débit masse d'air du coté froid $\dot{m}_F$	Débit masse d'air du coté chaud $\dot{m}_C$	Débit total éjecté du coté chaud $\dot{m}_{Ce}$

Tableau 3 – Débits masse en kg s^{-1}

Paramètre	Section (0)	Section (1)	Section (2)	Section (3)	Section (4)
Pression (bar)	0.2416				0.2416
Pression d'arrêt (bar)					
Température (K)	219				219
Température d'arrêt (K)					
Nombre de Mach M	0.85	0.58			
Vitesse (m s^{-1})					
Surface (m^2)		6.605	6.605	3.819	

Tableau 4 – Caractéristiques de l'écoulement dans le flux froid du moteur.

IV. Écoulement sur l'extrados de la voilure

La portance est obtenue sur une voilure en accélérant l'écoulement sur l'extrados (la partie supérieure de l'aile) et en décélérant l'écoulement sur l'intrados (la partie inférieure de l'aile). Pour un nombre de Mach de vol $M_0 = 0.85$, l'écoulement sur l'extrados devient supersonique et le nombre de Mach atteint localement une valeur $M_1 = 1.35$. La région supersonique se termine par une onde de choc (voir figure 4). On désigne par les indices 1 et 2 les conditions qui règnent en amont et en aval de ce choc. Dans la conception de la voilure on cherche à réduire l'intensité de ce choc pour diminuer la recompression de l'écoulement.

IV.1 On suppose tout d'abord que la voilure a été dessinée sans flèche ($\Lambda = 0^\circ$) (figure 4 (a)). Le choc est alors perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Déterminer le rapport de pression p_2/p_1 puis calculer la variation de coefficient de pression associée au choc

$$\Delta C_p = \frac{p_2 - p_1}{(1/2)\rho_0 U^2}.$$

IV.2 On donne à la voilure un angle de flèche $\Lambda = 34^\circ$. Dans ces conditions le choc de recompression suit la direction de la voilure (figure 4 (b)). Le choc devient oblique par rapport à la direction de l'écoulement. Déterminer le nombre de Mach normal au choc M_{1n} puis calculer p_2/p_1 . Calculer la variation de coefficient de pression associée à cette nouvelle configuration.

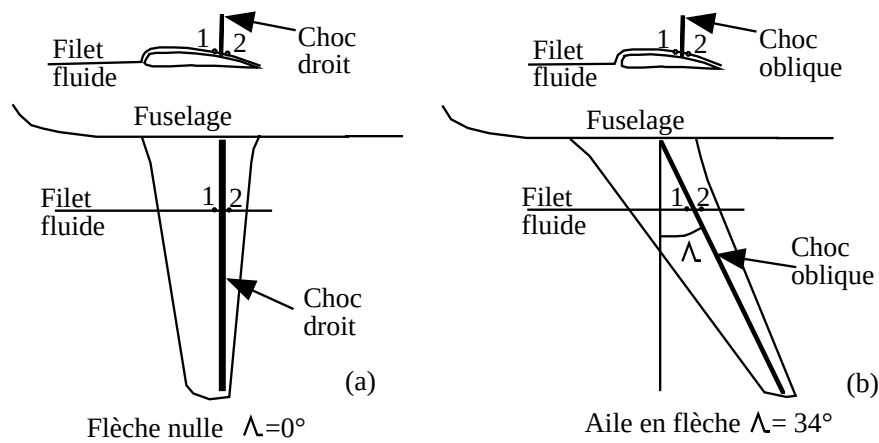


Figure 4 – Vue de coté et vue de dessus de l'écoulement sur l'extrados de la voilure. Le nombre de Mach atteint une valeur $M_1 = 1.35$ (a) Dans le cas d'une aile sans flèche, un choc droit assure la recompression de l'écoulement sur l'extrados. (b) Dans le cas d'une aile avec flèche, le choc de recompression est oblique par rapport à l'écoulement. L'angle du choc par rapport à l'écoulement est approximativement égal à l'angle de flèche Λ .

Chapitre II

Questionnaires-tests

II.1 Questionnaire-test 1 : Analyse Dimensionnelle

1. Combien faut-il de nombres sans dimensions Π pour exprimer la fonction $f(c, v, t, \nu, l) = 0$ conformément au théorème Vaschy-Buckingham ?

$$5 - 2 = 3$$

La fonction f dépend de la vitesse du son c , de la vitesse de l'écoulement v , du temps t , de la viscosité cinématique ν et d'une longueur caractéristique l .

2. Donner les expressions des nombres sans dimensions Π_i qui permettent d'exprimer la loi précédente sous la forme $\Psi(\Pi_i) = 0$:

$$M = v/c, Re = vl/\nu, St = L/tv$$

3. Que représente le nombre de Reynolds pour un écoulement :

$$Re \sim \text{Force inertie / Force visqueuse}$$

Donner l'expression de ce nombre :

$$Re = vl/\nu$$

4. Que représente le nombre de Froude pour un écoulement :

$$Fr \sim \text{Force inertie / Force de pesanteur}$$

Donner l'expression de ce nombre :

$$Fr = v^2/gl$$

5. Montrer que le nombre de Strouhal $St = fd/U$ est un nombre sans dimensions :

$$[f] = 1/T, \text{ ie } f \sim 1/t$$

6. De nombreuses observations expérimentales montrent qu'un cylindre de diamètre d placé dans un écoulement uniforme de vitesse U rayonne des ondes sonores dont la fréquence est telle que $St = fd/U \sim 0.12$. Déterminer la fréquence émise par l'antenne d'une voiture qui se déplace à une vitesse de 72 km/h. Le diamètre de l'antenne est 3 mm.

$$f = 800 \text{ Hz}$$

7. Précisez quels sont les paramètres adimensionnels à conserver pour respecter les conditions de similitude dans les cas suivants :

	Nombre de Reynolds	Nombre de Froude	Nombre de Mach
Conduite remplie de gaz	A	B	C
Navire de surface	A	B	C
Sous-marin en plongée	A	B	C
Automobile classique	A	B	C
Avion supersonique	A	B	C

8. Une surface portante présente un coefficient de portance $C_L = 0.1$ pour un angle d'incidence de 2° . Calculer la portance lorsque la vitesse de l'air est $v = 200 \text{ m s}^{-1}$. On prendra $S = 300 \text{ m}^2$ et $\rho = 1 \text{ kg m}^{-3}$.

$$L = C_{LS} v^2$$

9. De l'eau ($\mu \simeq 10^{-3}$ Poiseuille, $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$) s'écoule dans une tuyauterie de 0.20 m de diamètre à une vitesse de 1 m s^{-1} . Pour quelle valeur de la vitesse, la similitude dynamique sera-t-elle réalisée avec un écoulement d'air ($\mu \simeq 1.8 \cdot 10^{-5}$ Poiseuille, $\rho = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$) dans une tuyauterie de 1 m de diamètre ?

A- $v = 0.1 \text{ m s}^{-1}$

B- $v = 1 \text{ m s}^{-1}$

C- $v = 3 \text{ m s}^{-1}$

D- $v = 9 \text{ m s}^{-1}$

10. Montrer que le nombre de Prandtl $Pr = \mu c_p / k$ est un nombre sans dimensions.

11. La propagation de la houle à la surface libre d'un océan est caractérisée par cinq paramètres dimensionnels :

T la période de la houle

λ la longueur d'onde

A l'amplitude de la houle

g l'accélération de la pesanteur

h la profondeur

Montrer que l'on peut écrire :

$$T \left(\frac{g}{\lambda} \right)^{1/2} = f \left(\frac{A}{\lambda}, \frac{h}{\lambda} \right)$$

Que peut-on dire dans la situation où l'amplitude A est faible et la profondeur h grande ?

II.2 Questionnaire-test 2 : Diagnostics expérimentaux et Simulations numériques

1. Donner l'expression de la vitesse à partir de la mesure de la différence de pression entre les deux prises d'une antenne de Prandtl (=tube de Pitot).
2. Que signifient les acronymes **LDV** et **PIV** ? Quel est l'avantage principal de ces deux techniques pour la mesure de vitesse ?
3. Sur quel principe physique repose la mesure de vitesse par fil chaud ? A quoi correspond la valeur de vitesse mesurée ?
4. Déterminer une approche numérique pour déterminer portance et trainée visqueuse d'un profil d'aile à partir de considérations sur les écoulements potentiels et la théorie de la couche limite. Pour quel régime d'écoulement cette approche est-elle limitée ?
5. Entourer la ou les réponse(s) correcte(s) :

Un écoulement turbulent est

- A. est un écoulement potentiel.
- B. dominé par les forces visqueuses.
- C. dominé par les forces d'inertie.
- D. contient deux types d'échelles turbulentes : des grandes d'une part, et des petites d'autre part.
- E. contient une multitude d'échelles continument entre les plus grandes échelles et les plus petites échelles.
- F. peut être résolu exactement par la simulation numérique.
- G. ne peut pas être résolu par la simulation numérique.
- H. peut être résolu exactement par la simulation numérique pour un nombre de Reynolds modéré.
- I. peut être résolu par la simulation numérique pour un nombre de Reynolds modéré.
- J. peut être caractérisé expérimentalement à l'aide d'une sonde Pitot.
- K. peut être caractérisé expérimentalement à l'aide d'une sonde à fil chaud.
- L. ne peut pas être caractérisé expérimentalement.

6. Rappeler le principe des approches **DNS**, **RANS** et **LES** pour décrire un écoulement turbulent par la simulation numérique. Quels sont leurs avantages et inconvénients ?

II.3 Questionnaire-test 3 : Equations générales de la dynamique des gaz

1. L'équation $h + v^2/2 = cte$ appliquée au fluide s'écoulant dans une canalisation suppose pour son application que certaines conditions soient nécessairement remplies. Précisez lesquelles :

- A- Absence de force de dissipation
- B- Ecoulement permanent
- C- Ecoulement adiabatique
- D- Absence de générateur ou de récepteur d'énergie
- E- Ecoulement unidimensionnel dans toute la canalisation
- F- Ecoulement unidimensionnel en entrée et en sortie de la canalisation

2. Pour un écoulement isentropique, pour lequel γ est constant, la température :

- A- ne peut dépasser la température génératrice
- B- ne peut décroître pour ensuite croître en aval
- C- est indépendante du nombre de Mach
- D- est une fonction du nombre de Mach seulement
- E- est une fonction du nombre de Mach et de la température d'arrêt

3. En partant de l'équation $h + v^2/2 = h_i$ retrouver l'expression de la température T en fonction de M et de T_i . On supposera que le gaz est parfait et calorifiquement parfait :

4. Dans un écoulement adiabatique, la température d'arrêt :

- A- est une fonction du nombre de Mach
- B- est indépendante du nombre de Mach
- C- s'identifie à la température génératrice

5. Que représente la pression d'arrêt isentropique.
6. Retrouver l'expression du rapport p_i/p en fonction du nombre de Mach pour un écoulement isentropique.
7. Un avion supersonique vole à Mach 2 à une altitude de 9 km où la température de l'air est 230 K. Quelle est la température d'arrêt sur le bord d'attaque de l'aile.

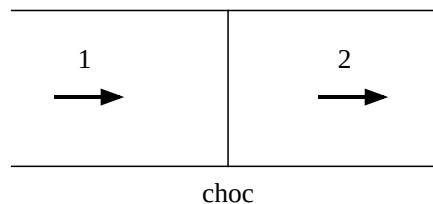
$$T_i =$$

II.4 Questionnaire-test 4 : Ondes de choc

1. Une onde de choc stationnaire

	OUI	NON
- est une discontinuité dont l'épaisseur est de quelques libres parcours moyens		
- apparaît dans un écoulement subsonique qui subit une forte déflexion		
- apparaît dans un écoulement supersonique pour réaliser l'ajustement de la pression aux conditions qui règnent en aval		

2. On considère un écoulement adiabatique dans un tube cylindrique, sans frottement sur les parois.



Une onde de choc droite est établie dans un plan fixe. Préciser le sens de variation des grandeurs dans le tableau ci-dessous :

Grandeur	variation négative	variation positive	variation nulle
Pression p	A	B	C
Température T	A	B	C
Nombre de Mach M	A	B	C
ρv	A	B	C
Impulsion $p + \rho v^2$	A	B	C
Pression d'arrêt isentropique	A	B	C
Enthalpie h	A	B	C
Enthalpie d'arrêt h_i	A	B	C
Température d'arrêt T_i	A	B	C
Entropie s	A	B	C

3. Montrer que la variation d'entropie au travers d'un choc doit être positive.

4. Une onde de choc faible

	OUI	NON
- correspond à un nombre de Mach amont très proche de 1		
- est caractérisée par une variation de pression très faible		
- s'apparente aux ondes sonores et se propage à une vitesse égale à la célérité sonore		

5. A l'aide des tables d'écoulement, déterminer les caractéristiques de l'écoulement en aval d'un choc droit pour les conditions suivantes : $p_1 = 0.2$ bar, $M_1 = 3$ et $T_1 = 205$ K. On supposera que le gaz est parfait avec $r = 287$ J kg⁻¹ K⁻¹ et $\gamma = 1.4$.

Chapitre III

Annexes

Diagramme de Moody

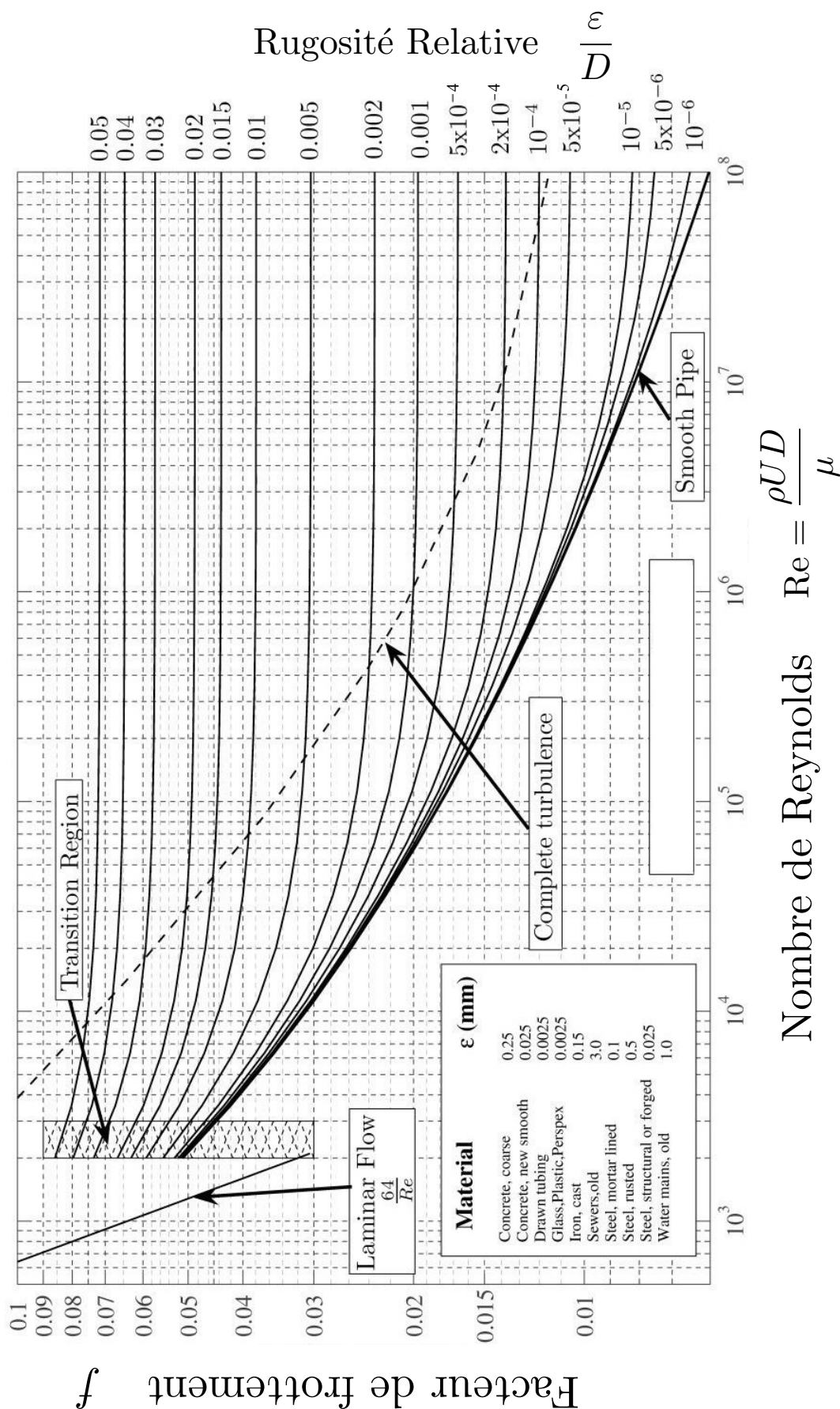


Figure 1 – Le diagramme de Moody donne le facteur de frottement f des conduites industrielles (avec une incertitude relative de 5% à 10%) qui permet de calculer les pertes de charge régulières par frottement.

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
0.00	1.000e+00	1.000e+00	1.000e+00	∞	∞
0.01	1.000e+00	9.999e-01	1.000e+00	5.787e+01	5.787e+01
0.02	9.999e-01	9.997e-01	9.998e-01	2.893e+01	2.894e+01
0.03	9.998e-01	9.994e-01	9.996e-01	1.929e+01	1.930e+01
0.04	9.997e-01	9.989e-01	9.992e-01	1.447e+01	1.448e+01
0.05	9.995e-01	9.983e-01	9.988e-01	1.157e+01	1.159e+01
0.06	9.993e-01	9.975e-01	9.982e-01	9.642e+00	9.666e+00
0.07	9.990e-01	9.966e-01	9.976e-01	8.263e+00	8.292e+00
0.08	9.987e-01	9.955e-01	9.968e-01	7.229e+00	7.262e+00
0.09	9.984e-01	9.944e-01	9.960e-01	6.425e+00	6.461e+00
0.10	9.980e-01	9.930e-01	9.950e-01	5.781e+00	5.822e+00
0.11	9.976e-01	9.916e-01	9.940e-01	5.255e+00	5.299e+00
0.12	9.971e-01	9.900e-01	9.928e-01	4.816e+00	4.864e+00
0.13	9.966e-01	9.883e-01	9.916e-01	4.444e+00	4.497e+00
0.14	9.961e-01	9.864e-01	9.903e-01	4.126e+00	4.182e+00
0.15	9.955e-01	9.844e-01	9.888e-01	3.849e+00	3.910e+00
0.16	9.949e-01	9.823e-01	9.873e-01	3.608e+00	3.673e+00
0.17	9.943e-01	9.800e-01	9.857e-01	3.394e+00	3.464e+00
0.18	9.936e-01	9.776e-01	9.840e-01	3.205e+00	3.278e+00
0.19	9.928e-01	9.751e-01	9.822e-01	3.035e+00	3.112e+00
0.20	9.921e-01	9.725e-01	9.803e-01	2.882e+00	2.964e+00
0.21	9.913e-01	9.697e-01	9.783e-01	2.744e+00	2.829e+00
0.22	9.904e-01	9.668e-01	9.762e-01	2.618e+00	2.708e+00
0.23	9.895e-01	9.638e-01	9.740e-01	2.503e+00	2.597e+00
0.24	9.886e-01	9.607e-01	9.718e-01	2.397e+00	2.496e+00
0.25	9.877e-01	9.575e-01	9.694e-01	2.300e+00	2.403e+00
0.26	9.867e-01	9.541e-01	9.670e-01	2.211e+00	2.317e+00
0.27	9.856e-01	9.506e-01	9.645e-01	2.128e+00	2.238e+00
0.28	9.846e-01	9.470e-01	9.619e-01	2.051e+00	2.166e+00
0.29	9.835e-01	9.433e-01	9.592e-01	1.979e+00	2.098e+00
0.30	9.823e-01	9.395e-01	9.564e-01	1.912e+00	2.035e+00
0.31	9.811e-01	9.355e-01	9.535e-01	1.849e+00	1.977e+00
0.32	9.799e-01	9.315e-01	9.506e-01	1.790e+00	1.922e+00
0.33	9.787e-01	9.274e-01	9.476e-01	1.735e+00	1.871e+00
0.34	9.774e-01	9.231e-01	9.445e-01	1.683e+00	1.823e+00
0.35	9.761e-01	9.188e-01	9.413e-01	1.634e+00	1.778e+00
0.36	9.747e-01	9.143e-01	9.380e-01	1.587e+00	1.736e+00
0.37	9.733e-01	9.098e-01	9.347e-01	1.543e+00	1.696e+00
0.38	9.719e-01	9.052e-01	9.313e-01	1.501e+00	1.659e+00
0.39	9.705e-01	9.004e-01	9.278e-01	1.462e+00	1.623e+00
0.40	9.690e-01	8.956e-01	9.243e-01	1.424e+00	1.590e+00
0.41	9.675e-01	8.907e-01	9.207e-01	1.388e+00	1.559e+00
0.42	9.659e-01	8.857e-01	9.170e-01	1.354e+00	1.529e+00
0.43	9.643e-01	8.807e-01	9.132e-01	1.322e+00	1.501e+00
0.44	9.627e-01	8.755e-01	9.094e-01	1.290e+00	1.474e+00
0.45	9.611e-01	8.703e-01	9.055e-01	1.261e+00	1.449e+00
0.46	9.594e-01	8.650e-01	9.016e-01	1.232e+00	1.425e+00
0.47	9.577e-01	8.596e-01	8.976e-01	1.205e+00	1.402e+00
0.48	9.559e-01	8.541e-01	8.935e-01	1.179e+00	1.380e+00
0.49	9.542e-01	8.486e-01	8.894e-01	1.154e+00	1.359e+00
0.50	9.524e-01	8.430e-01	8.852e-01	1.130e+00	1.340e+00

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
0.51	9.506e-01	8.374e-01	8.809e-01	1.106e+00	1.321e+00
0.52	9.487e-01	8.317e-01	8.766e-01	1.084e+00	1.303e+00
0.53	9.468e-01	8.259e-01	8.723e-01	1.062e+00	1.286e+00
0.54	9.449e-01	8.201e-01	8.679e-01	1.042e+00	1.270e+00
0.55	9.430e-01	8.142e-01	8.634e-01	1.022e+00	1.255e+00
0.56	9.410e-01	8.082e-01	8.589e-01	1.002e+00	1.240e+00
0.57	9.390e-01	8.022e-01	8.544e-01	9.838e-01	1.226e+00
0.58	9.370e-01	7.962e-01	8.498e-01	9.658e-01	1.213e+00
0.59	9.349e-01	7.901e-01	8.451e-01	9.484e-01	1.200e+00
0.60	9.328e-01	7.840e-01	8.405e-01	9.316e-01	1.188e+00
0.61	9.307e-01	7.778e-01	8.357e-01	9.152e-01	1.177e+00
0.62	9.286e-01	7.716e-01	8.310e-01	8.995e-01	1.166e+00
0.63	9.265e-01	7.654e-01	8.262e-01	8.842e-01	1.155e+00
0.64	9.243e-01	7.591e-01	8.213e-01	8.693e-01	1.145e+00
0.65	9.221e-01	7.528e-01	8.164e-01	8.549e-01	1.136e+00
0.66	9.199e-01	7.465e-01	8.115e-01	8.410e-01	1.127e+00
0.67	9.176e-01	7.401e-01	8.066e-01	8.274e-01	1.118e+00
0.68	9.153e-01	7.338e-01	8.016e-01	8.142e-01	1.110e+00
0.69	9.131e-01	7.274e-01	7.966e-01	8.014e-01	1.102e+00
0.70	9.107e-01	7.209e-01	7.916e-01	7.890e-01	1.094e+00
0.71	9.084e-01	7.145e-01	7.865e-01	7.769e-01	1.087e+00
0.72	9.061e-01	7.080e-01	7.814e-01	7.651e-01	1.081e+00
0.73	9.037e-01	7.016e-01	7.763e-01	7.536e-01	1.074e+00
0.74	9.013e-01	6.951e-01	7.712e-01	7.424e-01	1.068e+00
0.75	8.989e-01	6.886e-01	7.660e-01	7.316e-01	1.062e+00
0.76	8.964e-01	6.821e-01	7.609e-01	7.209e-01	1.057e+00
0.77	8.940e-01	6.756e-01	7.557e-01	7.106e-01	1.052e+00
0.78	8.915e-01	6.691e-01	7.505e-01	7.005e-01	1.047e+00
0.79	8.890e-01	6.625e-01	7.452e-01	6.907e-01	1.043e+00
0.80	8.865e-01	6.560e-01	7.400e-01	6.811e-01	1.038e+00
0.81	8.840e-01	6.495e-01	7.347e-01	6.717e-01	1.034e+00
0.82	8.815e-01	6.430e-01	7.295e-01	6.626e-01	1.030e+00
0.83	8.789e-01	6.365e-01	7.242e-01	6.537e-01	1.027e+00
0.84	8.763e-01	6.300e-01	7.189e-01	6.449e-01	1.024e+00
0.85	8.737e-01	6.235e-01	7.136e-01	6.364e-01	1.021e+00
0.86	8.711e-01	6.170e-01	7.083e-01	6.281e-01	1.018e+00
0.87	8.685e-01	6.106e-01	7.030e-01	6.199e-01	1.015e+00
0.88	8.659e-01	6.041e-01	6.977e-01	6.119e-01	1.013e+00
0.89	8.632e-01	5.977e-01	6.924e-01	6.041e-01	1.011e+00
0.90	8.606e-01	5.913e-01	6.870e-01	5.965e-01	1.009e+00
0.91	8.579e-01	5.849e-01	6.817e-01	5.890e-01	1.007e+00
0.92	8.552e-01	5.785e-01	6.764e-01	5.817e-01	1.006e+00
0.93	8.525e-01	5.721e-01	6.711e-01	5.746e-01	1.004e+00
0.94	8.498e-01	5.658e-01	6.658e-01	5.675e-01	1.003e+00
0.95	8.471e-01	5.595e-01	6.604e-01	5.607e-01	1.002e+00
0.96	8.444e-01	5.532e-01	6.551e-01	5.539e-01	1.001e+00
0.97	8.416e-01	5.469e-01	6.498e-01	5.473e-01	1.001e+00
0.98	8.389e-01	5.407e-01	6.445e-01	5.409e-01	1.000e+00
0.99	8.361e-01	5.345e-01	6.392e-01	5.345e-01	1.000e+00
1.00	8.333e-01	5.283e-01	6.339e-01	5.283e-01	1.000e+00

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
1.01	8.306e-01	5.221e-01	6.287e-01	5.222e-01	1.000e+00
1.02	8.278e-01	5.160e-01	6.234e-01	5.162e-01	1.000e+00
1.03	8.250e-01	5.099e-01	6.181e-01	5.103e-01	1.001e+00
1.04	8.222e-01	5.039e-01	6.129e-01	5.045e-01	1.001e+00
1.05	8.193e-01	4.979e-01	6.077e-01	4.989e-01	1.002e+00
1.06	8.165e-01	4.919e-01	6.024e-01	4.933e-01	1.003e+00
1.07	8.137e-01	4.860e-01	5.972e-01	4.879e-01	1.004e+00
1.08	8.108e-01	4.800e-01	5.920e-01	4.825e-01	1.005e+00
1.09	8.080e-01	4.742e-01	5.869e-01	4.772e-01	1.006e+00
1.10	8.052e-01	4.684e-01	5.817e-01	4.721e-01	1.008e+00
1.11	8.023e-01	4.626e-01	5.766e-01	4.670e-01	1.010e+00
1.12	7.994e-01	4.568e-01	5.714e-01	4.620e-01	1.011e+00
1.13	7.966e-01	4.511e-01	5.663e-01	4.571e-01	1.013e+00
1.14	7.937e-01	4.455e-01	5.612e-01	4.523e-01	1.015e+00
1.15	7.908e-01	4.398e-01	5.562e-01	4.475e-01	1.017e+00
1.16	7.879e-01	4.343e-01	5.511e-01	4.428e-01	1.020e+00
1.17	7.851e-01	4.287e-01	5.461e-01	4.383e-01	1.022e+00
1.18	7.822e-01	4.232e-01	5.411e-01	4.337e-01	1.025e+00
1.19	7.793e-01	4.178e-01	5.361e-01	4.293e-01	1.028e+00
1.20	7.764e-01	4.124e-01	5.311e-01	4.249e-01	1.030e+00
1.21	7.735e-01	4.070e-01	5.262e-01	4.206e-01	1.033e+00
1.22	7.706e-01	4.017e-01	5.213e-01	4.164e-01	1.037e+00
1.23	7.677e-01	3.964e-01	5.164e-01	4.122e-01	1.040e+00
1.24	7.648e-01	3.912e-01	5.115e-01	4.081e-01	1.043e+00
1.25	7.619e-01	3.861e-01	5.067e-01	4.041e-01	1.047e+00
1.26	7.590e-01	3.809e-01	5.019e-01	4.001e-01	1.050e+00
1.27	7.561e-01	3.759e-01	4.971e-01	3.962e-01	1.054e+00
1.28	7.532e-01	3.708e-01	4.923e-01	3.924e-01	1.058e+00
1.29	7.503e-01	3.658e-01	4.876e-01	3.886e-01	1.062e+00
1.30	7.474e-01	3.609e-01	4.829e-01	3.848e-01	1.066e+00
1.31	7.445e-01	3.560e-01	4.782e-01	3.812e-01	1.071e+00
1.32	7.416e-01	3.512e-01	4.736e-01	3.775e-01	1.075e+00
1.33	7.387e-01	3.464e-01	4.690e-01	3.740e-01	1.080e+00
1.34	7.358e-01	3.417e-01	4.644e-01	3.704e-01	1.084e+00
1.35	7.329e-01	3.370e-01	4.598e-01	3.670e-01	1.089e+00
1.36	7.300e-01	3.323e-01	4.553e-01	3.636e-01	1.094e+00
1.37	7.271e-01	3.277e-01	4.508e-01	3.602e-01	1.099e+00
1.38	7.242e-01	3.232e-01	4.463e-01	3.569e-01	1.104e+00
1.39	7.213e-01	3.187e-01	4.418e-01	3.536e-01	1.109e+00
1.40	7.184e-01	3.142e-01	4.374e-01	3.504e-01	1.115e+00
1.41	7.155e-01	3.098e-01	4.330e-01	3.472e-01	1.120e+00
1.42	7.126e-01	3.055e-01	4.287e-01	3.440e-01	1.126e+00
1.43	7.097e-01	3.012e-01	4.244e-01	3.409e-01	1.132e+00
1.44	7.069e-01	2.969e-01	4.201e-01	3.379e-01	1.138e+00
1.45	7.040e-01	2.927e-01	4.158e-01	3.349e-01	1.144e+00
1.46	7.011e-01	2.886e-01	4.116e-01	3.319e-01	1.150e+00
1.47	6.982e-01	2.845e-01	4.074e-01	3.290e-01	1.156e+00
1.48	6.954e-01	2.804e-01	4.032e-01	3.261e-01	1.163e+00
1.49	6.925e-01	2.764e-01	3.991e-01	3.232e-01	1.169e+00
1.50	6.897e-01	2.724e-01	3.950e-01	3.204e-01	1.176e+00

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
1.51	6.868e-01	2.685e-01	3.909e-01	3.176e-01	1.183e+00
1.52	6.840e-01	2.646e-01	3.869e-01	3.149e-01	1.190e+00
1.53	6.811e-01	2.608e-01	3.829e-01	3.122e-01	1.197e+00
1.54	6.783e-01	2.570e-01	3.789e-01	3.095e-01	1.204e+00
1.55	6.754e-01	2.533e-01	3.750e-01	3.068e-01	1.212e+00
1.56	6.726e-01	2.496e-01	3.710e-01	3.042e-01	1.219e+00
1.57	6.698e-01	2.459e-01	3.672e-01	3.017e-01	1.227e+00
1.58	6.670e-01	2.423e-01	3.633e-01	2.991e-01	1.234e+00
1.59	6.642e-01	2.388e-01	3.595e-01	2.966e-01	1.242e+00
1.60	6.614e-01	2.353e-01	3.557e-01	2.941e-01	1.250e+00
1.61	6.586e-01	2.318e-01	3.520e-01	2.917e-01	1.258e+00
1.62	6.558e-01	2.284e-01	3.483e-01	2.893e-01	1.267e+00
1.63	6.530e-01	2.250e-01	3.446e-01	2.869e-01	1.275e+00
1.64	6.502e-01	2.217e-01	3.409e-01	2.845e-01	1.284e+00
1.65	6.475e-01	2.184e-01	3.373e-01	2.822e-01	1.292e+00
1.66	6.447e-01	2.151e-01	3.337e-01	2.799e-01	1.301e+00
1.67	6.419e-01	2.119e-01	3.302e-01	2.776e-01	1.310e+00
1.68	6.392e-01	2.088e-01	3.266e-01	2.754e-01	1.319e+00
1.69	6.364e-01	2.057e-01	3.232e-01	2.732e-01	1.328e+00
1.70	6.337e-01	2.026e-01	3.197e-01	2.710e-01	1.338e+00
1.71	6.310e-01	1.996e-01	3.163e-01	2.688e-01	1.347e+00
1.72	6.283e-01	1.966e-01	3.129e-01	2.667e-01	1.357e+00
1.73	6.256e-01	1.936e-01	3.095e-01	2.646e-01	1.367e+00
1.74	6.229e-01	1.907e-01	3.062e-01	2.625e-01	1.376e+00
1.75	6.202e-01	1.878e-01	3.029e-01	2.604e-01	1.386e+00
1.76	6.175e-01	1.850e-01	2.996e-01	2.584e-01	1.397e+00
1.77	6.148e-01	1.822e-01	2.964e-01	2.564e-01	1.407e+00
1.78	6.121e-01	1.794e-01	2.931e-01	2.544e-01	1.418e+00
1.79	6.095e-01	1.767e-01	2.900e-01	2.524e-01	1.428e+00
1.80	6.068e-01	1.740e-01	2.868e-01	2.504e-01	1.439e+00
1.81	6.041e-01	1.714e-01	2.837e-01	2.485e-01	1.450e+00
1.82	6.015e-01	1.688e-01	2.806e-01	2.466e-01	1.461e+00
1.83	5.989e-01	1.662e-01	2.776e-01	2.447e-01	1.472e+00
1.84	5.963e-01	1.637e-01	2.745e-01	2.429e-01	1.484e+00
1.85	5.936e-01	1.612e-01	2.715e-01	2.410e-01	1.495e+00
1.86	5.910e-01	1.587e-01	2.686e-01	2.392e-01	1.507e+00
1.87	5.884e-01	1.563e-01	2.656e-01	2.374e-01	1.519e+00
1.88	5.859e-01	1.539e-01	2.627e-01	2.356e-01	1.531e+00
1.89	5.833e-01	1.516e-01	2.598e-01	2.338e-01	1.543e+00
1.90	5.807e-01	1.492e-01	2.570e-01	2.321e-01	1.555e+00
1.91	5.782e-01	1.470e-01	2.542e-01	2.304e-01	1.568e+00
1.92	5.756e-01	1.447e-01	2.514e-01	2.287e-01	1.580e+00
1.93	5.731e-01	1.425e-01	2.486e-01	2.270e-01	1.593e+00
1.94	5.705e-01	1.403e-01	2.459e-01	2.253e-01	1.606e+00
1.95	5.680e-01	1.381e-01	2.432e-01	2.237e-01	1.619e+00
1.96	5.655e-01	1.360e-01	2.405e-01	2.220e-01	1.633e+00
1.97	5.630e-01	1.339e-01	2.378e-01	2.204e-01	1.646e+00
1.98	5.605e-01	1.318e-01	2.352e-01	2.188e-01	1.660e+00
1.99	5.580e-01	1.298e-01	2.326e-01	2.172e-01	1.674e+00
2.00	5.556e-01	1.278e-01	2.300e-01	2.157e-01	1.688e+00

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
2.02	5.506e-01	1.239e-01	2.250e-01	2.126e-01	1.716e+00
2.04	5.458e-01	1.201e-01	2.200e-01	2.096e-01	1.745e+00
2.06	5.409e-01	1.164e-01	2.152e-01	2.066e-01	1.775e+00
2.08	5.361e-01	1.128e-01	2.104e-01	2.037e-01	1.806e+00
2.10	5.313e-01	1.094e-01	2.058e-01	2.009e-01	1.837e+00
2.12	5.266e-01	1.060e-01	2.013e-01	1.981e-01	1.869e+00
2.14	5.219e-01	1.027e-01	1.968e-01	1.954e-01	1.902e+00
2.16	5.173e-01	9.956e-02	1.925e-01	1.927e-01	1.935e+00
2.18	5.127e-01	9.649e-02	1.882e-01	1.901e-01	1.970e+00
2.20	5.081e-01	9.352e-02	1.841e-01	1.875e-01	2.005e+00
2.22	5.036e-01	9.064e-02	1.800e-01	1.850e-01	2.041e+00
2.24	4.991e-01	8.785e-02	1.760e-01	1.825e-01	2.078e+00
2.26	4.947e-01	8.514e-02	1.721e-01	1.801e-01	2.115e+00
2.28	4.903e-01	8.251e-02	1.683e-01	1.777e-01	2.154e+00
2.30	4.859e-01	7.997e-02	1.646e-01	1.754e-01	2.193e+00
2.32	4.816e-01	7.751e-02	1.609e-01	1.731e-01	2.233e+00
2.34	4.773e-01	7.512e-02	1.574e-01	1.709e-01	2.274e+00
2.36	4.731e-01	7.281e-02	1.539e-01	1.687e-01	2.316e+00
2.38	4.688e-01	7.057e-02	1.505e-01	1.665e-01	2.359e+00
2.40	4.647e-01	6.840e-02	1.472e-01	1.644e-01	2.403e+00
2.42	4.606e-01	6.630e-02	1.439e-01	1.623e-01	2.448e+00
2.44	4.565e-01	6.426e-02	1.408e-01	1.602e-01	2.494e+00
2.46	4.524e-01	6.229e-02	1.377e-01	1.582e-01	2.540e+00
2.48	4.484e-01	6.038e-02	1.346e-01	1.563e-01	2.588e+00
2.50	4.444e-01	5.853e-02	1.317e-01	1.543e-01	2.637e+00
2.52	4.405e-01	5.674e-02	1.288e-01	1.524e-01	2.686e+00
2.54	4.366e-01	5.500e-02	1.260e-01	1.505e-01	2.737e+00
2.56	4.328e-01	5.332e-02	1.232e-01	1.487e-01	2.789e+00
2.58	4.289e-01	5.169e-02	1.205e-01	1.469e-01	2.842e+00
2.60	4.252e-01	5.012e-02	1.179e-01	1.451e-01	2.896e+00
2.62	4.214e-01	4.859e-02	1.153e-01	1.434e-01	2.951e+00
2.64	4.177e-01	4.711e-02	1.128e-01	1.417e-01	3.007e+00
2.66	4.141e-01	4.568e-02	1.103e-01	1.400e-01	3.065e+00
2.68	4.104e-01	4.429e-02	1.079e-01	1.383e-01	3.123e+00
2.70	4.068e-01	4.295e-02	1.056e-01	1.367e-01	3.183e+00
2.72	4.033e-01	4.165e-02	1.033e-01	1.351e-01	3.244e+00
2.74	3.998e-01	4.039e-02	1.010e-01	1.335e-01	3.306e+00
2.76	3.963e-01	3.917e-02	9.885e-02	1.320e-01	3.370e+00
2.78	3.928e-01	3.799e-02	9.671e-02	1.305e-01	3.434e+00
2.80	3.894e-01	3.685e-02	9.463e-02	1.290e-01	3.500e+00
2.82	3.860e-01	3.574e-02	9.259e-02	1.275e-01	3.567e+00
2.84	3.827e-01	3.467e-02	9.059e-02	1.261e-01	3.636e+00
2.86	3.794e-01	3.363e-02	8.865e-02	1.246e-01	3.706e+00
2.88	3.761e-01	3.263e-02	8.675e-02	1.232e-01	3.777e+00
2.90	3.729e-01	3.165e-02	8.489e-02	1.219e-01	3.850e+00
2.92	3.696e-01	3.071e-02	8.307e-02	1.205e-01	3.924e+00
2.94	3.665e-01	2.980e-02	8.130e-02	1.192e-01	3.999e+00
2.96	3.633e-01	2.891e-02	7.957e-02	1.178e-01	4.076e+00
2.98	3.602e-01	2.805e-02	7.788e-02	1.166e-01	4.155e+00
3.00	3.571e-01	2.722e-02	7.623e-02	1.153e-01	4.235e+00

Tables d'écoulement isentropique avec changement de section pour
 $\gamma = 1.40$

M	T/T_i	p/p_i	ρ/ρ_i	$(p/p_i)(A/A^*)$	A/A^*
3.10	3.422e-01	2.345e-02	6.852e-02	1.092e-01	4.657e+00
3.20	3.281e-01	2.023e-02	6.165e-02	1.036e-01	5.121e+00
3.30	3.147e-01	1.748e-02	5.554e-02	9.837e-02	5.629e+00
3.40	3.019e-01	1.512e-02	5.009e-02	9.353e-02	6.184e+00
3.50	2.899e-01	1.311e-02	4.523e-02	8.902e-02	6.790e+00
3.60	2.784e-01	1.138e-02	4.089e-02	8.482e-02	7.450e+00
3.70	2.675e-01	9.903e-03	3.702e-02	8.090e-02	8.169e+00
3.80	2.572e-01	8.629e-03	3.355e-02	7.723e-02	8.951e+00
3.90	2.474e-01	7.532e-03	3.044e-02	7.381e-02	9.799e+00
4.00	2.381e-01	6.586e-03	2.766e-02	7.059e-02	1.072e+01
4.10	2.293e-01	5.769e-03	2.516e-02	6.758e-02	1.171e+01
4.20	2.208e-01	5.062e-03	2.292e-02	6.475e-02	1.279e+01
4.30	2.129e-01	4.449e-03	2.090e-02	6.209e-02	1.395e+01
4.40	2.053e-01	3.918e-03	1.909e-02	5.959e-02	1.521e+01
4.50	1.980e-01	3.455e-03	1.745e-02	5.723e-02	1.656e+01
4.60	1.911e-01	3.053e-03	1.597e-02	5.500e-02	1.802e+01
4.70	1.846e-01	2.701e-03	1.464e-02	5.290e-02	1.958e+01
4.80	1.783e-01	2.394e-03	1.343e-02	5.091e-02	2.126e+01
4.90	1.724e-01	2.126e-03	1.233e-02	4.903e-02	2.307e+01
5.00	1.667e-01	1.890e-03	1.134e-02	4.725e-02	2.500e+01
5.10	1.612e-01	1.683e-03	1.044e-02	4.556e-02	2.707e+01
5.20	1.561e-01	1.501e-03	9.620e-03	4.396e-02	2.928e+01
5.30	1.511e-01	1.341e-03	8.875e-03	4.244e-02	3.165e+01
5.40	1.464e-01	1.200e-03	8.197e-03	4.100e-02	3.417e+01
5.50	1.418e-01	1.075e-03	7.578e-03	3.963e-02	3.687e+01
5.60	1.375e-01	9.643e-04	7.012e-03	3.832e-02	3.974e+01
5.70	1.334e-01	8.663e-04	6.496e-03	3.708e-02	4.280e+01
5.80	1.294e-01	7.794e-04	6.023e-03	3.589e-02	4.605e+01
5.90	1.256e-01	7.021e-04	5.590e-03	3.476e-02	4.951e+01
6.00	1.220e-01	6.334e-04	5.194e-03	3.368e-02	5.318e+01
6.00	1.220e-01	6.334e-04	5.194e-03	3.368e-02	5.318e+01
6.50	1.058e-01	3.855e-04	3.643e-03	2.896e-02	7.513e+01
7.00	9.259e-02	2.416e-04	2.609e-03	2.516e-02	1.041e+02
7.50	8.163e-02	1.554e-04	1.904e-03	2.205e-02	1.418e+02
8.00	7.246e-02	1.024e-04	1.414e-03	1.947e-02	1.901e+02
8.50	6.472e-02	6.898e-05	1.066e-03	1.732e-02	2.511e+02
9.00	5.814e-02	4.739e-05	8.150e-04	1.550e-02	3.272e+02
9.50	5.249e-02	3.314e-05	6.313e-04	1.396e-02	4.211e+02
10.00	4.762e-02	2.356e-05	4.948e-04	1.263e-02	5.359e+02
11.00	3.968e-02	1.245e-05	3.137e-04	1.048e-02	8.419e+02
12.00	3.356e-02	6.922e-06	2.063e-04	8.834e-03	1.276e+03
13.00	2.874e-02	4.022e-06	1.400e-04	7.546e-03	1.876e+03
14.00	2.488e-02	2.428e-06	9.760e-05	6.520e-03	2.685e+03
15.00	2.174e-02	1.515e-06	6.968e-05	5.688e-03	3.755e+03
16.00	1.916e-02	9.731e-07	5.080e-05	5.006e-03	5.145e+03
17.00	1.701e-02	6.415e-07	3.772e-05	4.439e-03	6.921e+03
18.00	1.520e-02	4.327e-07	2.847e-05	3.963e-03	9.159e+03
19.00	1.366e-02	2.980e-07	2.181e-05	3.560e-03	1.195e+04
20.00	1.235e-02	2.091e-07	1.694e-05	3.215e-03	1.538e+04
30.00	5.525e-03	1.254e-08	2.269e-06	1.434e-03	1.144e+05
40.00	3.115e-03	1.687e-09	5.417e-07	8.075e-04	4.785e+05
50.00	1.996e-03	3.553e-10	1.780e-07	5.171e-04	1.455e+06
60.00	1.387e-03	9.936e-11	7.164e-08	3.592e-04	3.615e+06

Tables pour ondes de choc droites et $\gamma = 1.40$

M_1	M_2	v_1/v_2 ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{i2}/p_{i1} A_1^*/A_2^*	p_{i2}/p_1
1.00	1.00000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000e+00	1.8929e+00
1.01	0.99013	1.0167	1.0066	1.0235	1.0000e+00	1.9152e+00
1.02	0.98052	1.0334	1.0132	1.0471	9.9999e-01	1.9379e+00
1.03	0.97115	1.0502	1.0198	1.0711	9.9997e-01	1.9610e+00
1.04	0.96203	1.0671	1.0263	1.0952	9.9992e-01	1.9844e+00
1.05	0.95313	1.0840	1.0328	1.1196	9.9985e-01	2.0083e+00
1.06	0.94445	1.1009	1.0393	1.1442	9.9975e-01	2.0325e+00
1.07	0.93598	1.1179	1.0458	1.1690	9.9961e-01	2.0570e+00
1.08	0.92771	1.1349	1.0522	1.1941	9.9943e-01	2.0819e+00
1.09	0.91965	1.1520	1.0586	1.2194	9.9920e-01	2.1072e+00
1.10	0.91177	1.1691	1.0649	1.2450	9.9893e-01	2.1328e+00
1.11	0.90408	1.1862	1.0713	1.2708	9.9860e-01	2.1588e+00
1.12	0.89656	1.2034	1.0776	1.2968	9.9821e-01	2.1851e+00
1.13	0.88922	1.2206	1.0840	1.3231	9.9777e-01	2.2118e+00
1.14	0.88204	1.2378	1.0903	1.3495	9.9726e-01	2.2388e+00
1.15	0.87502	1.2550	1.0966	1.3763	9.9669e-01	2.2661e+00
1.16	0.86816	1.2723	1.1029	1.4032	9.9605e-01	2.2937e+00
1.17	0.86145	1.2896	1.1092	1.4304	9.9535e-01	2.3217e+00
1.18	0.85488	1.3069	1.1154	1.4578	9.9457e-01	2.3500e+00
1.19	0.84846	1.3243	1.1217	1.4855	9.9372e-01	2.3786e+00
1.20	0.84217	1.3416	1.1280	1.5133	9.9280e-01	2.4075e+00
1.21	0.83601	1.3590	1.1343	1.5415	9.9180e-01	2.4367e+00
1.22	0.82999	1.3764	1.1405	1.5698	9.9073e-01	2.4663e+00
1.23	0.82408	1.3938	1.1468	1.5984	9.8958e-01	2.4961e+00
1.24	0.81830	1.4112	1.1531	1.6272	9.8836e-01	2.5263e+00
1.25	0.81264	1.4286	1.1594	1.6563	9.8706e-01	2.5568e+00
1.26	0.80709	1.4460	1.1657	1.6855	9.8568e-01	2.5875e+00
1.27	0.80164	1.4634	1.1720	1.7151	9.8422e-01	2.6186e+00
1.28	0.79631	1.4808	1.1783	1.7448	9.8268e-01	2.6500e+00
1.29	0.79108	1.4983	1.1846	1.7748	9.8107e-01	2.6816e+00
1.30	0.78596	1.5157	1.1909	1.8050	9.7937e-01	2.7136e+00
1.31	0.78093	1.5331	1.1972	1.8355	9.7760e-01	2.7459e+00
1.32	0.77600	1.5505	1.2035	1.8661	9.7575e-01	2.7784e+00
1.33	0.77116	1.5680	1.2099	1.8971	9.7382e-01	2.8112e+00
1.34	0.76641	1.5854	1.2162	1.9282	9.7182e-01	2.8444e+00
1.35	0.76175	1.6028	1.2226	1.9596	9.6974e-01	2.8778e+00
1.36	0.75718	1.6202	1.2290	1.9912	9.6758e-01	2.9115e+00
1.37	0.75269	1.6376	1.2354	2.0231	9.6534e-01	2.9455e+00
1.38	0.74829	1.6549	1.2418	2.0551	9.6304e-01	2.9798e+00
1.39	0.74396	1.6723	1.2482	2.0875	9.6065e-01	3.0144e+00
1.40	0.73971	1.6897	1.2547	2.1200	9.5819e-01	3.0492e+00
1.41	0.73554	1.7070	1.2612	2.1528	9.5566e-01	3.0844e+00
1.42	0.73144	1.7243	1.2676	2.1858	9.5306e-01	3.1198e+00
1.43	0.72741	1.7416	1.2741	2.2191	9.5039e-01	3.1555e+00
1.44	0.72345	1.7589	1.2807	2.2525	9.4765e-01	3.1915e+00
1.45	0.71956	1.7761	1.2872	2.2863	9.4484e-01	3.2278e+00
1.46	0.71574	1.7934	1.2938	2.3202	9.4196e-01	3.2643e+00
1.47	0.71198	1.8106	1.3003	2.3544	9.3901e-01	3.3011e+00
1.48	0.70829	1.8278	1.3069	2.3888	9.3600e-01	3.3382e+00
1.49	0.70466	1.8449	1.3136	2.4235	9.3293e-01	3.3756e+00
1.50	0.70109	1.8621	1.3202	2.4583	9.2979e-01	3.4133e+00

Tables pour ondes de choc droites et $\gamma = 1.40$

M_1	M_2	v_1/v_2 ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{i2}/p_{i1} A_1^*/A_2^*	p_{i2}/p_1
1.51	0.69758	1.8792	1.3269	2.4935	9.2659e-01	3.4512e+00
1.52	0.69413	1.8963	1.3336	2.5288	9.2332e-01	3.4894e+00
1.53	0.69073	1.9133	1.3403	2.5644	9.2000e-01	3.5279e+00
1.54	0.68739	1.9303	1.3470	2.6002	9.1662e-01	3.5667e+00
1.55	0.68410	1.9473	1.3538	2.6363	9.1319e-01	3.6057e+00
1.56	0.68087	1.9643	1.3606	2.6725	9.0970e-01	3.6450e+00
1.57	0.67768	1.9812	1.3674	2.7091	9.0615e-01	3.6846e+00
1.58	0.67455	1.9981	1.3742	2.7458	9.0255e-01	3.7244e+00
1.59	0.67147	2.0149	1.3811	2.7828	8.9890e-01	3.7646e+00
1.60	0.66844	2.0317	1.3880	2.8200	8.9520e-01	3.8050e+00
1.61	0.66545	2.0485	1.3949	2.8575	8.9145e-01	3.8456e+00
1.62	0.66251	2.0653	1.4018	2.8951	8.8765e-01	3.8866e+00
1.63	0.65962	2.0820	1.4088	2.9331	8.8381e-01	3.9278e+00
1.64	0.65677	2.0986	1.4158	2.9712	8.7992e-01	3.9693e+00
1.65	0.65396	2.1152	1.4228	3.0096	8.7599e-01	4.0110e+00
1.66	0.65119	2.1318	1.4299	3.0482	8.7201e-01	4.0531e+00
1.67	0.64847	2.1484	1.4369	3.0871	8.6800e-01	4.0953e+00
1.68	0.64579	2.1649	1.4440	3.1261	8.6394e-01	4.1379e+00
1.69	0.64315	2.1813	1.4512	3.1655	8.5985e-01	4.1807e+00
1.70	0.64054	2.1977	1.4583	3.2050	8.5572e-01	4.2238e+00
1.71	0.63798	2.2141	1.4655	3.2448	8.5156e-01	4.2672e+00
1.72	0.63545	2.2304	1.4727	3.2848	8.4736e-01	4.3108e+00
1.73	0.63296	2.2467	1.4800	3.3251	8.4312e-01	4.3547e+00
1.74	0.63051	2.2629	1.4873	3.3655	8.3886e-01	4.3989e+00
1.75	0.62809	2.2791	1.4946	3.4063	8.3457e-01	4.4433e+00
1.76	0.62570	2.2952	1.5019	3.4472	8.3024e-01	4.4880e+00
1.77	0.62335	2.3113	1.5093	3.4884	8.2589e-01	4.5330e+00
1.78	0.62104	2.3273	1.5167	3.5298	8.2151e-01	4.5782e+00
1.79	0.61875	2.3433	1.5241	3.5715	8.1711e-01	4.6237e+00
1.80	0.61650	2.3592	1.5316	3.6133	8.1268e-01	4.6695e+00
1.81	0.61428	2.3751	1.5391	3.6555	8.0823e-01	4.7155e+00
1.82	0.61209	2.3909	1.5466	3.6978	8.0376e-01	4.7618e+00
1.83	0.60993	2.4067	1.5541	3.7404	7.9927e-01	4.8084e+00
1.84	0.60780	2.4224	1.5617	3.7832	7.9476e-01	4.8552e+00
1.85	0.60570	2.4381	1.5693	3.8263	7.9023e-01	4.9023e+00
1.86	0.60363	2.4537	1.5770	3.8695	7.8569e-01	4.9497e+00
1.87	0.60158	2.4693	1.5847	3.9131	7.8112e-01	4.9973e+00
1.88	0.59957	2.4848	1.5924	3.9568	7.7655e-01	5.0452e+00
1.89	0.59758	2.5003	1.6001	4.0008	7.7196e-01	5.0934e+00
1.90	0.59562	2.5157	1.6079	4.0450	7.6736e-01	5.1418e+00
1.91	0.59368	2.5310	1.6157	4.0895	7.6274e-01	5.1905e+00
1.92	0.59177	2.5463	1.6236	4.1341	7.5812e-01	5.2394e+00
1.93	0.58988	2.5616	1.6314	4.1791	7.5349e-01	5.2886e+00
1.94	0.58802	2.5767	1.6394	4.2242	7.4884e-01	5.3381e+00
1.95	0.58618	2.5919	1.6473	4.2696	7.4420e-01	5.3878e+00
1.96	0.58437	2.6069	1.6553	4.3152	7.3954e-01	5.4378e+00
1.97	0.58258	2.6220	1.6633	4.3611	7.3488e-01	5.4881e+00
1.98	0.58082	2.6369	1.6713	4.4071	7.3021e-01	5.5386e+00
1.99	0.57907	2.6518	1.6794	4.4535	7.2555e-01	5.5894e+00
2.00	0.57735	2.6667	1.6875	4.5000	7.2087e-01	5.6404e+00

Tables pour ondes de choc droites et $\gamma = 1.40$

M_1	M_2	v_1/v_2 ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{i2}/p_{i1} A_1^*/A_2^*	p_{i2}/p_1
2.02	0.57397	2.6962	1.7038	4.5938	7.1153e-01	5.7433e+00
2.04	0.57068	2.7255	1.7203	4.6885	7.0218e-01	5.8473e+00
2.06	0.56747	2.7545	1.7369	4.7842	6.9284e-01	5.9523e+00
2.08	0.56433	2.7833	1.7536	4.8808	6.8351e-01	6.0583e+00
2.10	0.56128	2.8119	1.7705	4.9783	6.7420e-01	6.1654e+00
2.12	0.55829	2.8402	1.7875	5.0768	6.6492e-01	6.2735e+00
2.14	0.55538	2.8683	1.8046	5.1762	6.5567e-01	6.3827e+00
2.16	0.55254	2.8962	1.8219	5.2765	6.4645e-01	6.4929e+00
2.18	0.54977	2.9238	1.8393	5.3778	6.3727e-01	6.6042e+00
2.20	0.54706	2.9512	1.8569	5.4800	6.2814e-01	6.7165e+00
2.22	0.54441	2.9784	1.8746	5.5831	6.1905e-01	6.8298e+00
2.24	0.54182	3.0053	1.8924	5.6872	6.1002e-01	6.9442e+00
2.26	0.53930	3.0319	1.9104	5.7922	6.0105e-01	7.0597e+00
2.28	0.53683	3.0584	1.9285	5.8981	5.9214e-01	7.1762e+00
2.30	0.53441	3.0845	1.9468	6.0050	5.8329e-01	7.2937e+00
2.32	0.53205	3.1105	1.9652	6.1128	5.7452e-01	7.4122e+00
2.34	0.52974	3.1362	1.9838	6.2215	5.6581e-01	7.5319e+00
2.36	0.52749	3.1617	2.0025	6.3312	5.5718e-01	7.6525e+00
2.38	0.52528	3.1869	2.0213	6.4418	5.4862e-01	7.7742e+00
2.40	0.52312	3.2119	2.0403	6.5533	5.4014e-01	7.8969e+00
2.42	0.52100	3.2367	2.0595	6.6658	5.3175e-01	8.0207e+00
2.44	0.51894	3.2612	2.0788	6.7792	5.2344e-01	8.1455e+00
2.46	0.51691	3.2855	2.0982	6.8935	5.1521e-01	8.2713e+00
2.48	0.51493	3.3095	2.1178	7.0088	5.0707e-01	8.3982e+00
2.50	0.51299	3.3333	2.1375	7.1250	4.9901e-01	8.5261e+00
2.52	0.51109	3.3569	2.1574	7.2421	4.9105e-01	8.6551e+00
2.54	0.50923	3.3803	2.1774	7.3602	4.8318e-01	8.7851e+00
2.56	0.50741	3.4034	2.1976	7.4792	4.7540e-01	8.9161e+00
2.58	0.50562	3.4263	2.2179	7.5991	4.6772e-01	9.0482e+00
2.60	0.50387	3.4490	2.2383	7.7200	4.6012e-01	9.1813e+00
2.62	0.50216	3.4714	2.2590	7.8418	4.5263e-01	9.3155e+00
2.64	0.50048	3.4937	2.2797	7.9645	4.4522e-01	9.4506e+00
2.66	0.49883	3.5157	2.3006	8.0882	4.3792e-01	9.5869e+00
2.68	0.49722	3.5374	2.3217	8.2128	4.3070e-01	9.7241e+00
2.70	0.49563	3.5590	2.3429	8.3383	4.2359e-01	9.8624e+00
2.72	0.49408	3.5803	2.3642	8.4648	4.1657e-01	1.0002e+01
2.74	0.49256	3.6015	2.3858	8.5922	4.0965e-01	1.0142e+01
2.76	0.49107	3.6224	2.4074	8.7205	4.0283e-01	1.0283e+01
2.78	0.48960	3.6431	2.4292	8.8498	3.9610e-01	1.0426e+01
2.80	0.48817	3.6636	2.4512	8.9800	3.8946e-01	1.0569e+01
2.82	0.48676	3.6838	2.4733	9.1111	3.8293e-01	1.0714e+01
2.84	0.48538	3.7039	2.4955	9.2432	3.7649e-01	1.0859e+01
2.86	0.48402	3.7238	2.5179	9.3762	3.7014e-01	1.1006e+01
2.88	0.48269	3.7434	2.5405	9.5101	3.6389e-01	1.1154e+01
2.90	0.48138	3.7629	2.5632	9.6450	3.5773e-01	1.1302e+01
2.92	0.48010	3.7821	2.5861	9.7808	3.5167e-01	1.1452e+01
2.94	0.47884	3.8012	2.6091	9.9175	3.4570e-01	1.1603e+01
2.96	0.47760	3.8200	2.6322	10.0552	3.3982e-01	1.1754e+01
2.98	0.47638	3.8387	2.6555	10.1938	3.3404e-01	1.1907e+01
3.00	0.47519	3.8571	2.6790	10.3333	3.2834e-01	1.2061e+01

Tables pour ondes de choc droites et $\gamma = 1.40$

M_1	M_2	v_1/v_2 ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{i2}/p_{i1} A_1^*/A_2^*	p_{i2}/p_1
3.02	0.47402	3.8754	2.7026	10.4738	3.2274e-01	1.2216e+01
3.04	0.47287	3.8935	2.7264	10.6152	3.1723e-01	1.2372e+01
3.06	0.47174	3.9114	2.7503	10.7575	3.1180e-01	1.2529e+01
3.08	0.47063	3.9291	2.7744	10.9008	3.0646e-01	1.2687e+01
3.10	0.46953	3.9466	2.7986	11.0450	3.0121e-01	1.2846e+01
3.12	0.46846	3.9639	2.8230	11.1901	2.9605e-01	1.3006e+01
3.14	0.46741	3.9811	2.8475	11.3362	2.9097e-01	1.3167e+01
3.16	0.46637	3.9981	2.8722	11.4832	2.8597e-01	1.3329e+01
3.18	0.46535	4.0149	2.8970	11.6311	2.8106e-01	1.3492e+01
3.20	0.46435	4.0315	2.9220	11.7800	2.7623e-01	1.3656e+01
3.22	0.46336	4.0479	2.9471	11.9298	2.7148e-01	1.3821e+01
3.24	0.46240	4.0642	2.9724	12.0805	2.6681e-01	1.3987e+01
3.26	0.46144	4.0803	2.9979	12.2322	2.6222e-01	1.4155e+01
3.28	0.46051	4.0963	3.0234	12.3848	2.5771e-01	1.4323e+01
3.30	0.45959	4.1120	3.0492	12.5383	2.5328e-01	1.4492e+01
3.32	0.45868	4.1276	3.0751	12.6928	2.4892e-01	1.4662e+01
3.34	0.45779	4.1431	3.1011	12.8482	2.4463e-01	1.4834e+01
3.36	0.45691	4.1583	3.1273	13.0045	2.4043e-01	1.5006e+01
3.38	0.45605	4.1734	3.1537	13.1618	2.3629e-01	1.5180e+01
3.40	0.45520	4.1884	3.1802	13.3200	2.3223e-01	1.5354e+01
3.42	0.45436	4.2032	3.2069	13.4791	2.2823e-01	1.5530e+01
3.44	0.45354	4.2179	3.2337	13.6392	2.2431e-01	1.5706e+01
3.46	0.45273	4.2323	3.2607	13.8002	2.2045e-01	1.5884e+01
3.48	0.45194	4.2467	3.2878	13.9621	2.1667e-01	1.6062e+01
3.50	0.45115	4.2609	3.3151	14.1250	2.1295e-01	1.6242e+01
3.60	0.44741	4.3296	3.4537	14.9533	1.9531e-01	1.7156e+01
3.70	0.44395	4.3949	3.5962	15.8050	1.7919e-01	1.8095e+01
3.80	0.44073	4.4568	3.7426	16.6800	1.6447e-01	1.9060e+01
3.90	0.43774	4.5156	3.8928	17.5783	1.5103e-01	2.0051e+01
4.00	0.43496	4.5714	4.0469	18.5000	1.3876e-01	2.1068e+01
4.10	0.43236	4.6245	4.2048	19.4450	1.2756e-01	2.2111e+01
4.20	0.42994	4.6749	4.3666	20.4133	1.1733e-01	2.3179e+01
4.30	0.42767	4.7229	4.5322	21.4050	1.0800e-01	2.4273e+01
4.40	0.42554	4.7685	4.7017	22.4200	9.9481e-02	2.5393e+01
4.50	0.42355	4.8119	4.8751	23.4583	9.1698e-02	2.6539e+01
4.60	0.42168	4.8532	5.0523	24.5200	8.4586e-02	2.7710e+01
4.70	0.41992	4.8926	5.2334	25.6050	7.8086e-02	2.8907e+01
4.80	0.41826	4.9301	5.4184	26.7133	7.2140e-02	3.0130e+01
4.90	0.41670	4.9659	5.6073	27.8450	6.6699e-02	3.1379e+01
5.00	0.41523	5.0000	5.8000	29.0000	6.1716e-02	3.2653e+01
5.10	0.41384	5.0326	5.9966	30.1783	5.7151e-02	3.3954e+01
5.20	0.41252	5.0637	6.1971	31.3800	5.2966e-02	3.5280e+01
5.30	0.41127	5.0934	6.4014	32.6050	4.9126e-02	3.6632e+01
5.40	0.41009	5.1218	6.6097	33.8533	4.5600e-02	3.8009e+01
5.50	0.40897	5.1489	6.8218	35.1250	4.2361e-02	3.9412e+01
5.60	0.40791	5.1749	7.0378	36.4200	3.9383e-02	4.0841e+01
5.70	0.40690	5.1998	7.2577	37.7383	3.6643e-02	4.2296e+01
5.80	0.40594	5.2236	7.4814	39.0800	3.4120e-02	4.3777e+01
5.90	0.40503	5.2464	7.7091	40.4450	3.1795e-02	4.5283e+01
6.00	0.40416	5.2683	7.9406	41.8333	2.9651e-02	4.6815e+01

Tables pour ondes de choc droites et $\gamma = 1.40$

M_1	M_2	v_1/v_2 ρ_2/ρ_1	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{i2}/p_{i1} A_1^*/A_2^*	p_{i2}/p_1
6.50	0.40038	5.3651	9.1564	49.1250	2.1148e-02	5.4862e+01
7.00	0.39736	5.4444	10.4694	57.0000	1.5351e-02	6.3553e+01
7.50	0.39491	5.5102	11.8795	65.4583	1.1329e-02	7.2887e+01
8.00	0.39289	5.5652	13.3867	74.5000	8.4878e-03	8.2865e+01
8.50	0.39121	5.6117	14.9911	84.1250	6.4492e-03	9.3488e+01
9.00	0.38980	5.6512	16.6927	94.3333	4.9639e-03	1.0475e+02
9.50	0.38860	5.6850	18.4915	105.1250	3.8664e-03	1.1666e+02
10.00	0.38758	5.7143	20.3875	116.5000	3.0448e-03	1.2922e+02
11.00	0.38592	5.7619	24.4711	141.0000	1.9451e-03	1.5626e+02
12.00	0.38466	5.7987	28.9435	167.8333	1.2866e-03	1.8587e+02
13.00	0.38368	5.8276	33.8047	197.0000	8.7709e-04	2.1806e+02
14.00	0.38289	5.8507	39.0548	228.5000	6.1380e-04	2.5282e+02
15.00	0.38226	5.8696	44.6938	262.3333	4.3953e-04	2.9016e+02
16.00	0.38174	5.8851	50.7217	298.5000	3.2119e-04	3.3008e+02
17.00	0.38131	5.8980	57.1384	337.0000	2.3899e-04	3.7257e+02
18.00	0.38095	5.9088	63.9440	377.8333	1.8072e-04	4.1763e+02
19.00	0.38065	5.9180	71.1385	421.0000	1.3865e-04	4.6527e+02
20.00	0.38039	5.9259	78.7219	466.5000	1.0777e-04	5.1548e+02
21.00	0.38016	5.9327	86.6941	514.3333	8.4778e-05	5.6827e+02
22.00	0.37997	5.9387	95.0553	564.5000	6.7414e-05	6.2364e+02
23.00	0.37980	5.9438	103.8053	617.0000	5.4140e-05	6.8158e+02
24.00	0.37965	5.9484	112.9442	671.8333	4.3877e-05	7.4209e+02
25.00	0.37952	5.9524	122.4720	729.0000	3.5859e-05	8.0518e+02

Choc oblique : Relation $\varepsilon - \delta - M$ pour $\gamma = 1.40$

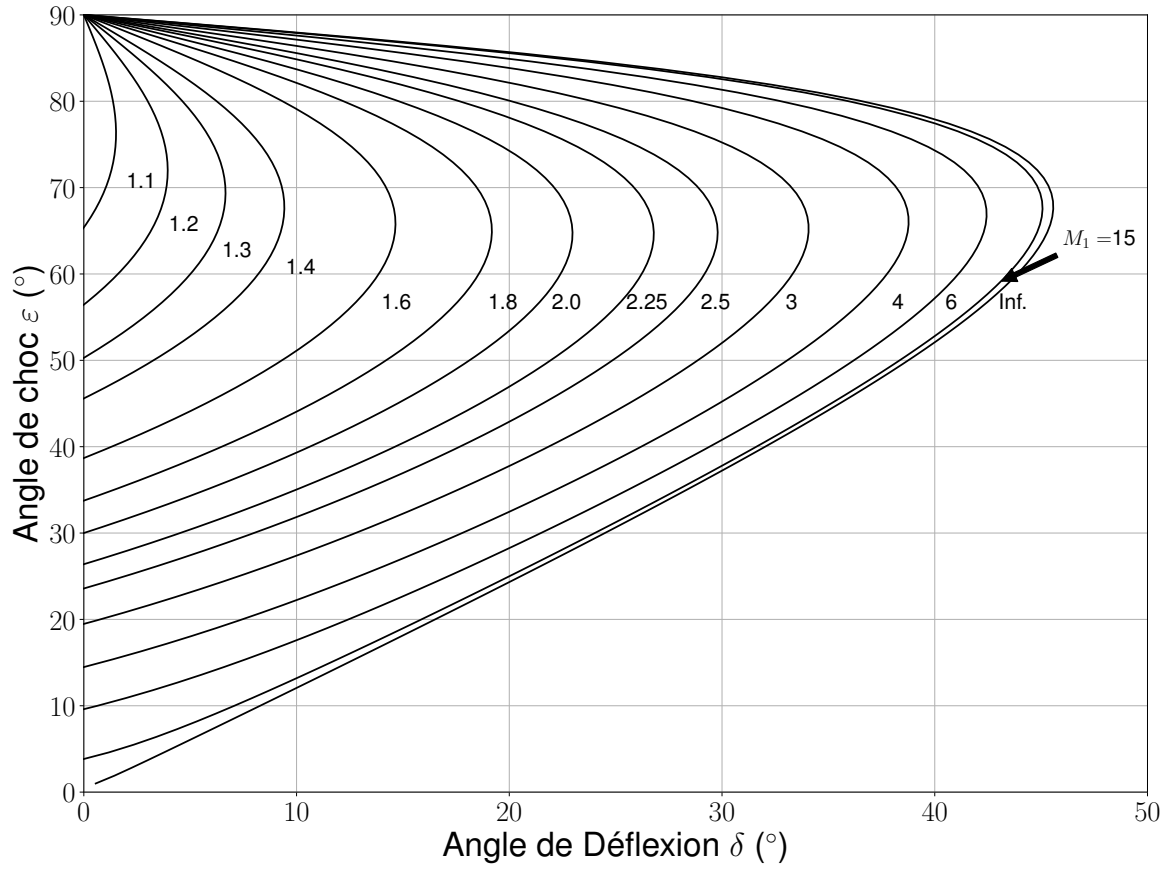


Figure 2 – Angle du choc ε en fonction de l'angle de déviation δ pour différentes valeurs du nombre de Mach en amont M_1 .